

**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΩΝ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΘΛΙΒΟΜΕΝΟΥ ΑΝΩ ΠΕΛΜΑΤΟΣ
ΧΑΛΥΒΔΙΝΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ ΜΕ ΔΙΚΤΥΩΤΕΣ ΚΥΡΙΕΣ ΔΟΚΟΥΣ****Ιωάννης Γ. Ραυτογιάννης & Τάσος Π. Αβραάμ**

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα 15780

e-mail: rafto@central.ntua.gr, avraamt@central.ntua.gr

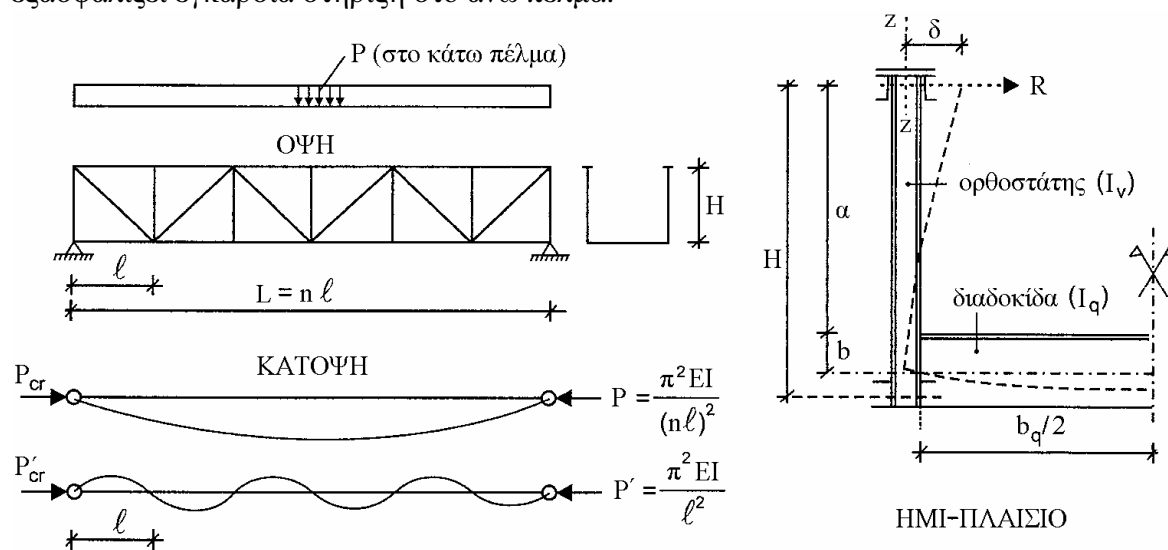
ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή διερευνώνται η θεωρητική και η κανονιστική μέθοδος υπολογισμού όσον αφορά στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού του άνω θλιβόμενου πέλματος χαλύβδινων γεφυρών με δικτυωτές κύριες δοκούς. Το φαινόμενο πλευρικής αστάθειας του άνω πέλματος εμφανίζεται κυρίως σε γέφυρες κάτω διάβασης λόγω απουσίας πλευρικής εξασφάλισης. Η θεωρητική αντιμετώπιση του προβλήματος κατά Timoshenko, την οποία ακολουθούν και οι σχετικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 – Μέρος 2, βασίζεται στη θεώρηση μιας αμφιαρθρωτής δοκού επί συνεχούς ελαστικού εδάφους υπό εσωτερική θλιπτική δύναμη με παραβολική κατανομή. Η θεώρηση αυτή αποτελεί μια προσέγγιση τόσον όσον αφορά την εντατική κατάσταση που αναπτύσσεται στο άνω θλιβόμενο πέλμα δικτυωτών γεφυρών με ικανό αριθμό φατνωμάτων, όσο και του συστήματος ορθοστατών-διαδοκίδων που δρα ως ελαστικές στηρίξεις ανά αποστάσεις. Στην παρούσα εργασία υπολογίζονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού του άνω πέλματος θεωρούμενου ως συνεχούς ράβδου με κλιμακωτή εσωτερική αξονική δύναμη επί ισαπεχόντων ελαστικών στηρίξεων που προσομοιάζουν τις δυσκαμψίες των ημιπλαισίων ορθοστατών-διαδοκίδων και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα προσεγγιστικά κατά Timoshenko και Ευρωκώδικα 3. Εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα για το σχεδιασμό χαλύβδινων γεφυρών με δικτυωτές κύριες δοκούς έναντι πλευρικού λυγισμού.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα του υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου του άνω θλιβομένου πέλματος δικτυωτών χαλύβδινων γεφυρών μελετήθηκε στη γενική του μορφή από πολλούς ερευνητές (Timoshenko [1], Bleich [2]) με εφαρμογή της γραμμικής θεωρίας ευστάθειας και διατυπώθηκαν διάφορες προσεγγιστικές μέθοδοι υπολογισμού. Ο σχετικός έλεγχος ευστάθειας καθίσταται αναγκαίος σε δικτυωτές γέφυρες κάτω διάβασης λόγω απουσίας πλευρικής εξασφάλισης του άνω πέλματος. Στις δικτυωτές γέφυρες κάτω διάβασης, όπου τα θλιβόμενα άνω πέλματα δεν διαθέτουν κάποιο σύνδεσμο δυσκαμψίας, εξασφαλίζονται έναντι πλευρικής εκτροπής (κάθετα προς το επίπεδο των κυρίων δοκών) μέσω των συστημάτων ανοικτών ανεστραμμένων πλαισίων που αποτελούνται από τη διαδοκίδα και τους αντίστοιχους ορθοστάτες. Τα πλαίσια αυτά, τοποθετούνται ανά ίσες αποστάσεις κατά μήκος της γέφυρας (στις θέσεις των διαδοκίδων) και εξασφαλίζουν λόγω της δυσκαμψίας τους μια πλευρική ελαστική στήριξη στα άνω πέλματα των κυρίων δοκών, μειώνοντας έτσι τον κίνδυνο πλευρικού λυγισμού. Στην πράξη θεωρούμε λόγω συμμετρίας το μισό πλαίσιο και το αντίστοιχο θλιβόμενο πέλμα της κύριας δοκού. Για να θεωρηθεί επαρκής η ασφάλεια του άνω θλιβομένου πέλματος έναντι λυγισμού πρέπει η δυσκαμψία των ημιπλαισίων να είναι μεγαλύτερη από κάποιο ελάχιστο όριο. Τα ενδιάμεσα πλαίσια μορφώνονται με τις ίδιες διατομές, εκτός από τα δύο ακραία που είναι συνήθως πιο δύσκαμπτα. Όταν τα εγκάρσια ημιπλάγια έχουν σχετικά μικρή δυσκαμψία, το άνω

θλιβόμενο πέλμα λυγίζει κατά ένα ημικύκλιο μήκους L διότι τα πλαίσια δεν επαρκούν να το συγκρατήσουν πλευρικά, ενώ όταν τα ημιπλαίσια έχουν μεγάλη δυσκαμψία, το άνω πέλμα λυγίζει κατά ημικύματα με μήκος ίσο με την απόσταση μεταξύ των διαδοκίδων. Αυτά αποτελούν τις δύο ακραίες περιπτώσεις λυγισμού άνω θλιβόμενου πέλματος, ενώ υπάρχουν και ενδιάμεσες όπου ο λυγισμός γίνεται κατά ημικύματα ενδιάμεσου μήκους και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο βρίσκεται ανάμεσα στα δύο αυτά όρια. Τα παραπάνω ισχύουν για την περίπτωση όπου το άνω θλιβόμενο πέλμα έχει καθ' όλο το μήκος του σταθερό εμβαδόν και σταθερή αξονική θλιπτική δύναμη και συγχρόνως τα ακραία ημιπλαίσια θεωρούνται πλήρως άκαμπτα. Στην πράξη όμως, η μεν αξονική δύναμη είναι συνήθως κλιμακωτής μορφής, ανάλογα με τον αριθμό των φατνωμάτων, ενώ το εμβαδόν δεν είναι συνήθως σταθερό σε όλο το μήκος του άνω πέλματος. Επιπροσθέτως, τα ακραία ημιπλαίσια ενδέχεται να μην μπορούν να θεωρηθούν πλήρως άκαμπτα. Στο Σχήμα 1 φαίνεται μία δικτυωτή γέφυρα κάτω διάβασης και το αντίστοιχο ημιπλαίσιο που εξασφαλίζει εγκάρσια στήριξη στο άνω πέλμα.



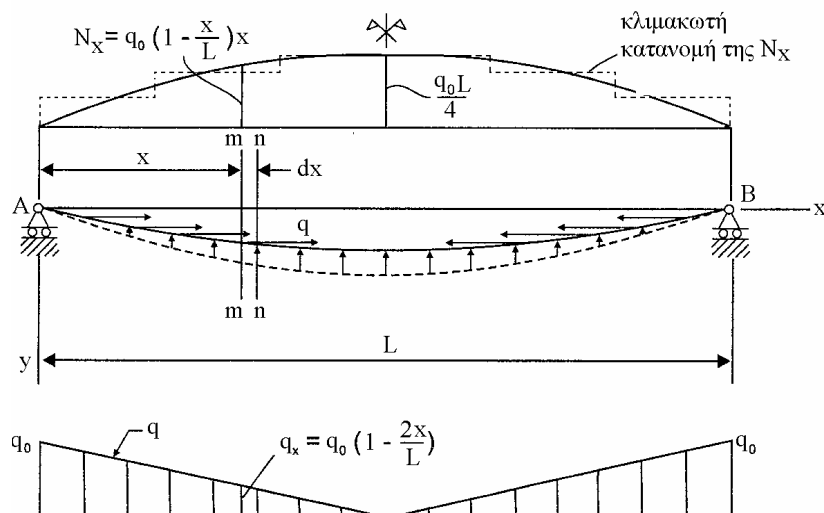
Σχ. 1 Δικτυωτή γέφυρα κάτω διάβασης και εγκάρσιο ημιπλαίσιο

2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Ας θεωρήσουμε την αμφιαρθρωτή δοκό AB με πρισματική διατομή που φορτίζεται με ένα αξονικό θλιπτικό φορτίο q_x όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Το αξονικό φορτίο q_x προκαλεί εσωτερική αξονική δύναμη N_x παραβολικής μορφής. Η κατανομή αυτή της αξονικής καταπόνησης των ράβδων του άνω πέλματος ενός δικτυώματος προσεγγίζει αρκετά καλά την πραγματική εντατική κατάσταση στην περίπτωση που τα φατνώματα είναι πολλά, ενώ στην πραγματικότητα έχει κλιμακωτή μορφή. Η πλευρική ελαστική στήριξη της δοκού θεωρείται συνεχής, με δείκτη ελαστικής σταθεράς $c=C_d/\ell$, όπου C_d είναι η δυσκαμψία των ενδιάμεσων ημιπλαισίων και ℓ οι μεταξύ τους αποστάσεις. Η παραδοχή αυτή είναι ακριβέστερη, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των ενδιάμεσων στηρίξεων (ή ημιπλαισίων) της δοκού. Ο Timoshenko παρουσίασε τη μελέτη της δοκού αυτής [1] όπου ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού έγινε με βάση την ενεργειακή μέθοδο. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού της δοκού δίδεται από τη σχέση:

$$\frac{(q_0L)_{cr}}{4} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \frac{\pi^2 (1 + \frac{cL^4}{\pi^4 EI_z})}{2(\frac{1}{3}\pi^2 - 1)} = \frac{\pi^2 EI_z}{(\beta L)^2} \quad (1)$$

όπου $q_0L/4$ είναι η θλιπτική δύναμη στο μέσον της δοκού, β είναι ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού και c είναι η κατανεμημένη εγκάρσια δυσκαμψία.



Σχ. 2 Αμφιαρθρωτή θλιβόμενη ράβδος με πλευρική ελαστική στήριξη

Ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού β λαμβάνεται για πρακτικούς λόγους από τον Πίνακα 1 συναρτήσει της αδιάστατης ποσότητας $\Psi = cL^4/16EI_z$. Για μία δοκό με σταθερή διατομή που υπόκειται σε σταθερή θλιπτική δύναμη καθ' όλο το μήκος της ενώ στηρίζεται πλευρικά σε n-1 ενδιάμεσες ισαπέχουσες ελαστικές στηρίξεις με δείκτη C_d , αποδεικνύεται ότι η δοκός αρχίζει να συμπεριφέρεται ως συνεχής επί ανυποχώρητων στηρίξεων, όταν ο δείκτης C_d αποκτήσει τιμές που δίνονται από τη σχέση:

$$C_d = \frac{n^3 \pi^2 EI_z}{\gamma L^3} \quad (2)$$

όπου n = ο αριθμός των φατνωμάτων, EI_z = η εγκάρσια καμπτική δυσκαμψία του άνω πέλματος, γ = συντελεστής εξαρτώμενος από τον n και L/n = το μήκος κάθε φατνώματος.

Πίνακας 1. Τιμές του συντελεστού β για την φόρτιση του Σχ. 2 και σταθερή διατομή

| | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ψ | 0 | 5 | 10 | 15 | 22.8 | 56.5 | 100 | 162.8 | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| β | 0.696 | 0.524 | 0.443 | 0.396 | 0.363 | 0.324 | 0.290 | 0.259 | 0.246 | 0.225 | 0.204 | 0.174 |

Πίνακας 2. Τιμές του συντελεστού γ για σταθερή αξονική δύναμη και σταθερή διατομή

| | | | | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| n | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 11 | ∞ |
| γ | 0.500 | 0.333 | 0.293 | 0.276 | 0.268 | 0.263 | 0.258 | 0.255 | 0.250 |

Ο υπολογισμός του δείκτη δυσκαμψίας C_d των άνω ανοικτών ημιπλαισίων γίνεται με βάση την σχέση

$$\frac{1}{C_d} = \frac{\alpha^3}{3EI_v} + \frac{(\alpha + b)^2 b_q}{2EI_q} \quad (3)$$

όπου I_v και I_b είναι οι ροπές αδρανείας του ορθοστάτη και της διαδοκίδας, αντίστοιχα, και οι αποστάσεις α , b και b_q ορίζονται στο Σχήμα 1. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού N_{cr} για n ημικύματα είναι

$$N_{cr} = mN_E \quad (4)$$

όπου N_E είναι το φορτίο Euler για λυγισμό του άνω θλιβόμενου πέλματος με ένα ημικύμα και m είναι ένας συντελεστής [3] που δίδεται από την ακόλουθη σχέση

$$m = \frac{2}{\pi^2} \sqrt{\gamma} \quad (5)$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημάνουμε ότι η λυγισμική συμπεριφορά μιας δοκού επί ελαστικού εδάφους τύπου Winkler υπό θλιπτικό φορτίο εξαρτάται σημαντικά από την εγκάρσια δυσκαμψία c και τις συνοριακές συνθήκες και δεν προσομοιάζει αυτήν μιας αμφιαρθρωτής δοκού. Σύμφωνα με τους Bazant & Cedolin [4] το κρίσιμο μήκος ημικύματος (ισοδύναμο μήκος λυγισμού) δεν εξαρτάται από το συνολικό μήκος της δοκού αλλά κυρίως από την καμπτική δυσκαμψία EI και την τιμή της εγκάρσιας δυσκαμψίας c . Ως εκ τούτου, λυγισμός του άνω πέλματος με ένα μόνο ημικύμα δεν είναι σίγουρο ότι θα συμβεί διότι συνήθως αντιστοιχεί σε φορτίο λυγισμού υψηλότερο του κρίσιμου [5]. Καθίσταται λοιπόν αναγκαία μια αναλυτική διερεύνηση του φαινομένου πλευρικού λυγισμού του άνω πέλματος ανά περίπτωση.

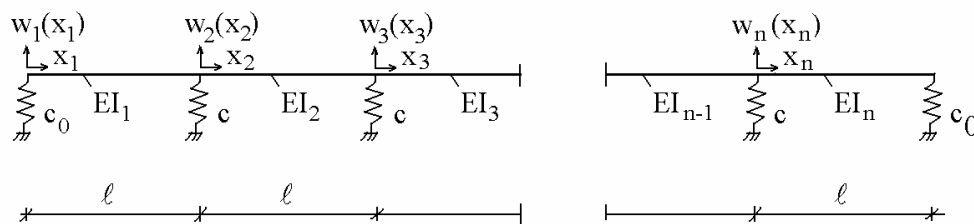
Στη συνέχεια θεωρούμε την στατική ισορροπία της δοκού του Σχήματος 3, η οποία έχει n ανοίγματα, αξονική δύναμη $N(x)$ κλιμακωτής μορφής και στηρίζεται εγκάρσια σε μετατοπισιακά ελατήρια, τα ενδιάμεσα των οποίων έχουν σταθερά c και τα δύο άκρα έχουν σταθερά c_0 . Η διαφορική εξίσωση ισορροπίας που διέπει κάθε άνοιγμα i είναι

$$w_i(x_i) = A_i \sin k_i x_i + B_i \cos k_i x_i + C_i x_i + D_i \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (6)$$

με

$$k_i^2 = \frac{N_i}{EI_i} \quad (7)$$

όπου N_i = η θλιπτική αξονική δύναμη κάθε ράβδου και EI_i = η καμπτική δυσκαμψία κάθε ράβδου.



Σχ. 3 Μοντέλο δοκού άνω θλιβόμενου πέλματος με εγκάρσιες στηρίξεις

Οι συντελεστές A_i , B_i , C_i και D_i ($i=1,2,\dots,n$) προσδιορίζονται από τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος, που για τα δύο άκρα της δοκού είναι οι ακόλουθες

$$M_1(0) = 0$$

$$V_1(0) - c_0 \cdot w_1(0) = 0$$

$$M_n(l) = 0$$

$$V_n(l) + c_0 \cdot w_n(l) = 0$$

ενώ για οποιονδήποτε ενδιάμεσο κόμβο i ($i=2,\dots,n-1$) είναι

$$w_{i-1}(l) = w_i(0)$$

$$w'_{i-1}(l) = w'_i(0)$$

$$M_{i-1}(l) + M_i(0) = 0$$

$$V_{i-1}(l) - V_i(0) + c \cdot w_i(0) = 0$$

και οι εκφράσεις της ροπής και της τέμνουσας για κάθε ράβδο είναι

$$M_i(x_i) = -EI_i \cdot w''_i(x_i)$$

$$V_i(x_i) = -EI_i \cdot w'''_i(x_i) - N_i w'_i(x_i) \quad (10)$$

Αντικαθιστώντας τις ανωτέρω εκφράσεις των βελών και των εντατικών μεγεθών στις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος καταλήγουμε σε ένα ομογενές σύστημα με αγνώστους τους συντελεστές A_i , B_i , C_i και D_i . Το σύστημα αυτό για να έχει λύση

διαφορετική από την τετριμμένη πρέπει να μηδενίζεται η ορίζουσα των συντελεστών των αγνώστων. Πρόκειται δηλαδή για ένα πρόβλημα ιδιοτιμών. Ο μηδενισμός της ορίζουσας αντιστοιχεί στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού του συστήματος, το μικρότερο εκ των οποίων είναι αυτό που ενδιαφέρει από πρακτική άποψη. Στη συνέχεια, ορίζουμε τις ακόλουθες αδιάστατες ποσότητες

$$\bar{A}_i = A_i / \ell, \quad \bar{B}_i = B_i / \ell, \quad \bar{C}_i = C_i, \quad \bar{D}_i = D_i / \ell \quad (11)$$

$$\bar{k}_i^2 = N_i \ell^2 / EI_i = k_i^2 \ell^2 \quad (i=1, \dots, n) \quad (12)$$

$$\bar{c}_0 = c_0 \ell^3 / EI_1, \quad \bar{c} = c \ell^3 / EI_1 \quad (13)$$

και επίσης τους λόγους δυσκαμψιών $r_i = EI_i / EI_1$ και φορτίων $\lambda_i = N_i / N_1$, όπου $i=2, \dots, n$.

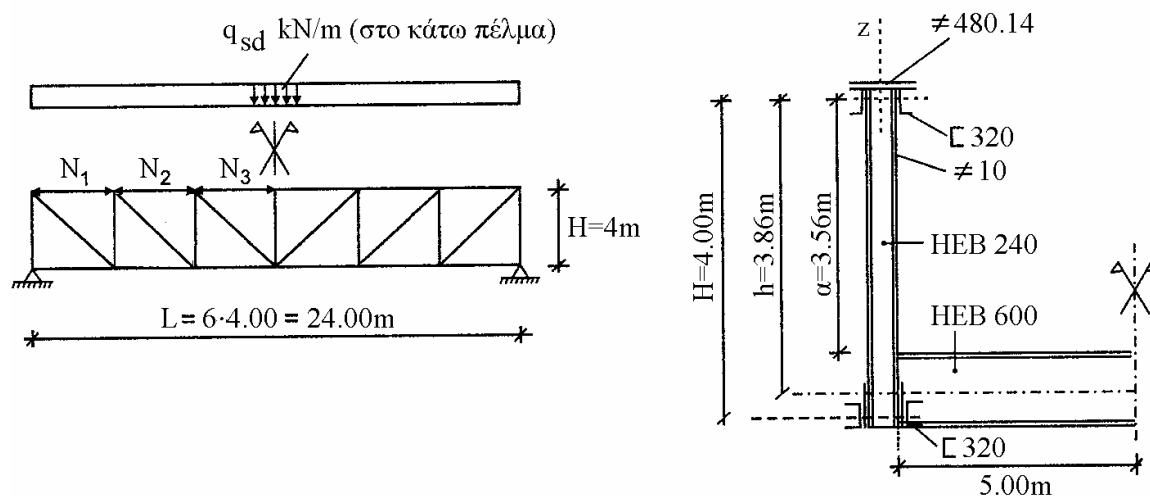
Αναπτύσσοντας την ορίζουσα των συντελεστών των αγνώστων για την απλή περίπτωση όπου η αξονική δύναμη και η δυσκαμψία είναι σταθερή στο άνω πέλμα (δηλ. $r_i=1$ και $\lambda_i=1$ για κάθε i), έχομε

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------|--------------|--------------|-----|--------------------------|--------------------------|--------------|-----------|------------|--------------|-------------|-----------|-----|---------------------------|---------------------------|-------------------------|-------------|-------|
| A_1 | B_1 | C_1 | D_1 | ... | A_{i-1} | B_{i-1} | C_{i-1} | D_{i-1} | A_i | B_i | C_i | D_i | ... | A_n | B_n | C_n | D_n | |
| 0 | $-\bar{k}^2$ | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | A_1 |
| 0 | $-\bar{c}_0$ | $-\bar{k}^2$ | $-\bar{c}_0$ | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | B_1 |
| ... | | | | ... | | | | | | | | | ... | | | | | ... |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | $\sin \bar{k}$ | $\cos \bar{k}$ | 1 | 1 | 0 | -1 | 0 | -1 | | 0 | 0 | 0 | 0 | A_i |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | $\bar{k} \cos \bar{k}$ | $-\bar{k} \sin \bar{k}$ | 1 | 0 | $-\bar{k}$ | 0 | -1 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | B_i |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | $\bar{k}^2 \sin \bar{k}$ | $\bar{k}^2 \cos \bar{k}$ | 0 | 0 | 0 | $-\bar{k}^2$ | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | C_i |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | $-\bar{k}^2$ | 0 | 0 | \bar{c} | \bar{k}^2 | \bar{c} | | 0 | 0 | 0 | 0 | D_i |
| ... | | | | ... | | | | | | | | | ... | | | | | ... |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | $-\bar{k}^2 \sin \bar{k}$ | $-\bar{k}^2 \cos \bar{k}$ | 0 | 0 | C_n |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | $\bar{c}_0 \sin \bar{k}$ | $\bar{c}_0 \cos \bar{k}$ | $\bar{c}_0 - \bar{k}^2$ | \bar{c}_0 | D_n |

όπου $i = 0$ αριθμός των ενδιάμεσων στηρίξεων και $\bar{k}^2 = N/EI$.

3. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Έστω η δικτυωτή πεζογέφυρα κάτω διάβασης με πλάτος καταστρώματος 10.0m και την γεωμετρία που φαίνεται στο Σχήμα 4. Το φορτίο σχεδιασμού ανά δικτύωμα είναι $q_{sd}=55.5\text{kN/m}$. Θα προσδιοριστεί το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του άνω θλιβομένου πέλματος σύμφωνα με τον EC3 - Μέρος 2, την θεωρητική μέθοδο Timoshenko και την αναλυτική μέθοδο που παρουσιάζεται εδώ. Τα ακραία εγκάρσια ημιπλαίσια θεωρούνται άκαμπτα. Η διατομή των ράβδων του θλιβόμενου πέλματος είναι σταθερή.



Σχ. 4 Δικτυωτή πεζογέφυρα κάτω διάβασης με 6 φατνώματα

Υπολογίζονται πρώτα οι αξονικές δυνάμεις στις ράβδους του άνω πέλματος που είναι $N_1=555\text{kN}$, $N_2=888\text{kN}$ και $N_3=999\text{kN}$. Ακολούθως προσδιορίζεται η δυσκαμψία C_d κάθε ημιπλαισίου από την εξ(3)

$$C_d = \left(\frac{\alpha^3}{3EI_v} + \frac{(\alpha + b)^2 b_q}{2EI_q} \right)^{-1} = \left(\frac{356^3}{3 \cdot 21000 \cdot 11260} + \frac{386^2 \cdot 976}{2 \cdot 21000 \cdot 171000} \right)^{-1} = 11.93 \text{ kN/cm}$$

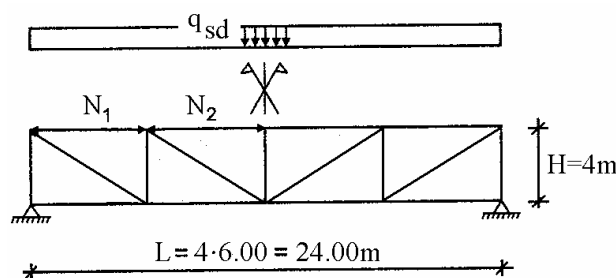
και η κατανεμημένη δυσκαμψία $c=C_d/\ell=11.93/400=0.03\text{kN/cm}^2$. Στη συνέχεια, κατά EC3 προσδιορίζεται ο συντελεστής $\gamma=cL^4/EI_z=0.03 \times 2400^4/21000 \times 50990=929.5$ από τον οποίο βρίσκουμε $m=2\sqrt{\gamma/\pi^2}=6.18$ και τελικά $N_E=\pi^2 EI_z/L^2=1835\text{kN}$ και $N_{cr}=mN_E=6.18 \times 1835=11340\text{kN}$.

Κατά Timoshenko, προσδιορίζουμε τον αδιάστατο συντελεστή $\Psi=cL^4/16EI_z=0.03 \times 2400^4/16 \times 21000 \times 50990=58.09$ και από τον Πίνακα 1 λαμβάνουμε $\beta=0.323$. Συνεπώς, το κρίσιμο φορτίο είναι $N_{cr}=\pi^2 EI_z/(\beta L)^2=17586\text{kN}$.

Με βάση την αναλυτική μέθοδο, και θεωρώντας επίσης σταθερή αξονική $N=999\text{kN}$ στις ράβδους του άνω πέλματος προσδιορίζουμε $\beta=2.38$ και συνεπώς το κρίσιμο φορτίο είναι $N_{cr}=\pi^2 EI_z/(\beta \ell)^2=11660\text{kN}$. Στην περίπτωση που η αξονική δύναμη θεωρηθεί κλιμακωτή με $N_1=555\text{kN}$, $N_2=888\text{kN}$ και $N_3=999\text{kN}$ θα έχουμε $\beta=2.20$ και συνεπώς το κρίσιμο φορτίο είναι $N_{cr}=\pi^2 EI_z/(\beta \ell)^2=13650\text{kN}$.

Τέλος, εάν θεωρήσουμε ότι τα ακραία ημιπλάισια έχουν δυσκαμψία διπλάσια των ενδιάμεσων ($c_0=2c$) βρίσκουμε $\beta=2.51$ και άρα $N_{cr}=\pi^2 EI_z/(\beta \ell)^2=10480\text{kN}$. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι στην περίπτωση αυτή μικρότερο από προηγουμένως διότι τα ακραία ημιπλάισια ενδίδουν μετέχοντας στο λυγισμό της άνω θλιβόμενης ράβδου και αυξάνοντας έτσι το μήκος λυγισμού.

Στη συνέχεια θεωρούμε την ως άνω γέφυρα με τις ίδιες διατομές, αλλά με 4 φατνώματα ($\ell=6.00\text{m}$) όπως φαίνεται στο Σχήμα 5. Υπολογίζονται οι αξονικές δράσεις στις ράβδους του άνω πέλματος που είναι $N_1=416.25\text{kN}$ και $N_2=999\text{kN}$. Στη συνέχεια, προσδιορίζεται ξανά η κατανεμημένη δυσκαμψία $c=C_d/\ell=11.93/600=0.02\text{kN/cm}^2$ και ο συντελεστής $\gamma=cL^4/EI_z=0.02 \times 2400^4/21000 \times 50990=619.5$ με βάση τον οποίο υπολογίζουμε το $m=2\sqrt{\gamma/\pi^2}=5.04$ και τελικά το κρίσιμο φορτίο $N_{cr}=mN_E=5.04 \times 1835=9250\text{kN}$.



Σχ. 5 Δικτυωτή πεζογέφυρα κάτω διάβασης με 4 φατνώματα

Κατά Timoshenko προσδιορίζουμε τον αδιάστατο συντελεστή $\Psi=cL^4/16EI_z=0.02 \times 2400^4/16 \times 21000 \times 50990=38.72$ και από τον Πίνακα 1 έχουμε $\beta=0.3445$. Άρα το κρίσιμο φορτίο είναι $N_{cr}=\pi^2 EI_z/(\beta L)^2=15460\text{kN}$.

Με βάση την αναλυτική μέθοδο, και θεωρώντας επίσης σταθερή αξονική $N=999\text{kN}$ στις ράβδους του άνω πέλματος προσδιορίζουμε $\beta=2.37$ και συνεπώς το κρίσιμο φορτίο είναι $N_{cr}=\pi^2 EI_z/(\beta \ell)^2=5225\text{kN}$. Στην περίπτωση που η αξονική δύναμη θεωρηθεί κλιμακωτή με $N_1=416.25\text{kN}$ και $N_2=999\text{kN}$ θα έχουμε $\beta=1.774$ και συνεπώς το κρίσιμο φορτίο είναι $N_{cr}=\pi^2 EI_z/(\beta \ell)^2=9330\text{kN}$.

Τέλος, εάν θεωρήσουμε ότι τα ακραία ημιπλάγια έχουν πάλι δυσκαμψία διπλάσια των ενδιάμεσων βρίσκουμε $\beta=2.765$ και άρα $N_{cr}=\pi^2EI_z/(\beta \ell)^2=3840\text{kN}$. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι στην περίπτωση αυτή αρκετά μικρότερο απ' ότι προηγουμένως.

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τις αναλύσεις που έγιναν με βάση την κανονιστική και τις θεωρητικές μεθόδους μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η θεώρηση της δυσκαμψίας που προσφέρουν τα εγκάρσια ημιπλάγια ως κατανεμημένης είναι ανακριβής για μικρό αριθμό φατνωμάτων και πρέπει να γίνεται χρήση του αναλυτικού μοντέλου. Η επιρροή αυτή μειώνεται δραστικά σε δικτυώματα με μεγάλο αριθμό φατνωμάτων.
- Η παραδοχή σταθερής αξονικής δύναμης σε όλο το άνω πέλμα είναι αρκετά συντηρητική, ειδικά στις περιπτώσεις δικτυωμάτων με μεγάλο αριθμό φατνωμάτων, με κύριο αποτέλεσμα την υπερδιαστασιολόγηση των διατομών του άνω πέλματος.
- Η θεώρηση άκαμπτων ακραίων ημιπλαισίων πρέπει να ελέγχεται ως προς την ορθότητα της διότι σε συνδυασμό με σχετικά μικρό αριθμό φατνωμάτων ενδέχεται να οδηγήσει σε σημαντική υπερεκτίμηση του κρίσιμου φορτίου πλευρικού λυγισμού και να αποβεί κατά της ασφαλείας.
- Η χρήση της αναλυτικής μέθοδου προσδιορισμού του κρίσιμου φορτίου πλευρικού λυγισμού του άνω πέλματος δικτυωτών γεφυρών που παρουσιάζεται εδώ είναι καθίσταται αναγκαία στις περιπτώσεις σχετικά μικρού αριθμού φατνωμάτων και σχετικά εύκαμπτων ακραίων ημιπλαισίων.

5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] TIMOSHENKO SP, GERE J. Theory of Elastic Stability. McGraw-Hill, New York, NY, 1961.
- [2] BLEICH F. Buckling Strength of Metal Structures. McGraw-Hill, New York, 1952.
- [3] EUROCODE 3. Design of Steel Structures, Part 2 - Steel Bridges. European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- [4] BAZANT ZP, CEDOLIN L. Stability of Structures. Oxford University Press, New York, NY, 1991.
- [5] ΕΡΜΟΠΟΥΛΟΣ Ι. Σιδηρές και Σύμμικτες Γέφυρες. εκδ. Κλειδάριθμος, Αθήνα, 2000.

UPPER CORD ELASTIC CRITICAL LOADS OF STEEL TRUSS BRIDGES**Ioannis G. Raftoyiannis & Tasos P. Avraam**

Laboratory of Metal Structures, Department of Civil Engineering

National Technical University of Athens, Greece 15780

e-mail: rafto@central.ntua.gr, avraamt@central.ntua.gr

SUMMARY

In this work, the codes and theoretical method for determining the upper cord elastic critical loads of steel truss bridges are thoroughly investigated. An easy to employ analytical method for calculating the critical load is presented. Lateral buckling of upper cord may occur in truss bridges where the upper cord being under compression is not transversely supported. Eurocode 3 presents a procedure for determining the critical load based on Timoshenko's theoretical approach by considering a simply supported continuous beam under parabolic-type compression resting on elastic foundation. The analytical approach presented herein is based on an exact solution of the actual problem without simplifications regarding the boundary conditions, the loading and the transverse support stiffness. Useful results are obtained and the significance of the most important parameters involved in the design of upper cord of steel truss bridges under lateral buckling are highlighted.