

Θλιβόμενες Δοκοί Μεταβλητής Διατομής Μέρος 2: Θεμελιώδεις Ροπές

Ε. Κ. Λαζαρίδου

Πολ. Μηχανικός, Μεταπτυχιακή φοιτήτρια Ε.Μ.Π.
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών
Ηρώων Πολυτεχνείου 9, 157 80
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: eflazar@otenet.gr

Ι. Χ. Ερμόπουλος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών
Ηρώων Πολυτεχνείου 9, 157 80
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: jermop@central.ntua.gr

1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή μελετώνται αξονικά θλιβόμενες δοκοί διαφόρων μορφών, οι οποίες αποτελούνται από δύο ή τρία επιμέρους τμήματα, μεταβλητής ή σταθερής διατομής. Για τις δοκούς αυτές, διατυπώνονται οι εκφράσεις των θεμελιωδών ροπών αμφίπακτων και μονόπακτων θλιβομένων δοκών που υπόκεινται ταυτόχρονα σε εγκάρσιο ομοιόμορφο φορτίο, υπολογίζονται οι αντίστοιχοι πολλαπλασιαστικοί συντελεστές και συντάσσονται τα διαγράμματα των παραπάνω συντελεστών συναρτήσει της αξονικής θλιπτικής δύναμης για διάφορες τιμές των χαρακτηριστικών παραμέτρων.

2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η χρήση θλιβόμενων στοιχείων μεταβλητής διατομής σε μεταλλικές πλαισιακές κατασκευές είναι πλέον συχνή, λόγω της προσπάθειας που γίνεται για να μειωθεί το συνολικό βάρος της κατασκευής. Για το σχεδιασμό τέτοιων μελών, απαραίτητη είναι η ανάλυση ολόκληρης της κατασκευής, που οδηγεί στο ακριβές μήκος λυγισμού του κάθε μέλους. Προκειμένου να μειωθεί ο υπολογιστικός φόρτος της ανάλυσης αυτής, υιοθετήθηκαν διάφορες προσεγγιστικές μέθοδοι, οι οποίες οδηγούν σε απλή και ακριβή εκτίμηση του μήκους λυγισμού μελών μεταβλητής διατομής. Με το θέμα αυτό έχουν ασχοληθεί στο παρελθόν πολλοί ερευνητές [1-8].

Στην εργασία αυτή μελετώνται αξονικά θλιβόμενες δοκοί μεταβλητής διατομής διαφόρων μορφών. Οι υπό μελέτη δοκοί, έξι στο σύνολό τους (Σχ. 1), αποτελούνται από δύο ή τρία επιμέρους τμήματα, μεταβλητής ή σταθερής διατομής, τα οποία διέπονται από τον ακόλουθο νόμο μεταβολής της ροπής αδρανείας: «Η ροπή αδρανείας I_x σε τυχούσα θέση

ενός μέλους, μεταβάλλεται ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης της θέσης αυτής από την αρχή των αξόνων, που συμπίπτει με το σημείο τομής των αξόνων του άνω και κάτω πέλματος της διατομής». Ο νόμος αυτός αντιστοιχεί είτε σε πολυμελείς μεταλλικές διατομές (δικτυωτή ή πλαισιακή μορφή), με σταθερό εμβαδό κατά μήκος του άξονά τους, όπου όλο το υλικό είναι συγκεντρωμένο στις τέσσερις γωνίες ή στις δύο πλευρές της διατομής, είτε, με ικανοποιητική ακρίβεια, σε μονομελείς διατομές (π.χ. διπλά ταυ) όπου η συμμετοχή του κορμού στη ροπή αδρανείας είναι κατά κανόνα πολύ μικρή. Τα επιμέρους τμήματα της κάθε δοκού θεωρούνται κατά την επίλυση διαφορετικού μήκους και διαφορετικής μεταβλητότητας.

Για τις δοκούς, που υπόκεινται σε αξονικό θλιπτικό φορτίο, υπολογίζονται οι θεμελιώδεις ροπές και οι αντιδράσεις αμφίπακτων ή μονόπακτων δοκών με σύγχρονη επιρροή θλιπτικής αξονικής δύναμης και ομοιόμορφου εγκάρσιου φορτίου και συντάσσονται τα διαγράμματα των πολλαπλασιαστικών συντελεστών των θεμελιωδών ροπών για διάφορες τιμές των χαρακτηριστικών παραμέτρων, από τα οποία φαίνεται η επιρροή τόσο της αξονικής θλιπτικής δύναμης, όσο και των άλλων παραμέτρων επί αυτών.

3. ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

E	Μέτρο ελαστικότητας
f_i	παράμετροι ($i = 0 \div 4$)
G_i	$= J_i + 1$
G_A, G_B, H_B	Συντελεστές θεμελιωδών ροπών ράβδων μεταβλητής διατομής
\bar{G}_A, \bar{G}_B	Συντελεστές θεμελιωδών ροπών ράβδων μεταβλητής διατομής
$G_i, H_i, Q_i, R_i, S_i, T_i$	Συντελεστές
$g_1, g_2, \bar{g}_1, \bar{g}_2$	Συντελεστές μεθόδου γωνιών-στροφής ράβδων μεταβλητής διατομής
I_0, I_x, I_1, I_2	Ροπές αδρανείας
J_i	$= L_{ci} / a_i$
$L_{c1}, L_{c2}, L_{c3}, L_{c4}$	Μήκη ράβδων
M^*	Θεμελιώδεις ροπές
M, V	Καμπτική ροπή και τέμνουσα δύναμη
P	Αξονική θλιπτική δύναμη
q	Ομοιόμορφο εγκάρσιο φορτίο
R	$= L_{c2} / L_{c1}$
$u_1, u_2, \bar{u}_1, \bar{u}_2$	Συντελεστές μεθόδου γωνιών-στροφής ράβδων μεταβλητής διατομής
a	απόσταση
\bar{a}_i, \bar{A}_i	Συντελεστές μεθόδου γωνιών-στροφής απλών ράβδων μεταβλητής διατομής

a_f, a_n	Συντελεστές μεθόδου γωνιών-στροφής για ράβδους σταθερής διατομής
β, β_1	$= \sqrt{\frac{PL_{ci}^2}{EI_o}}$ Αδιάστατο αξονικό φορτίο μέλους σταθερής διατομής
δ, θ	Υποχωρήσεις και γωνίες στροφής
μ_i	$= \sqrt{\frac{Pa_i^2}{EI_o} - \frac{1}{4}}$
ϕ_f, ϕ_n	Παράμετροι μεθόδου γωνιών-στροφής

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ	ΜΟΡΦΗ ΜΕΛΟΥΣ
1	
2	
3	
4	
5	
6	

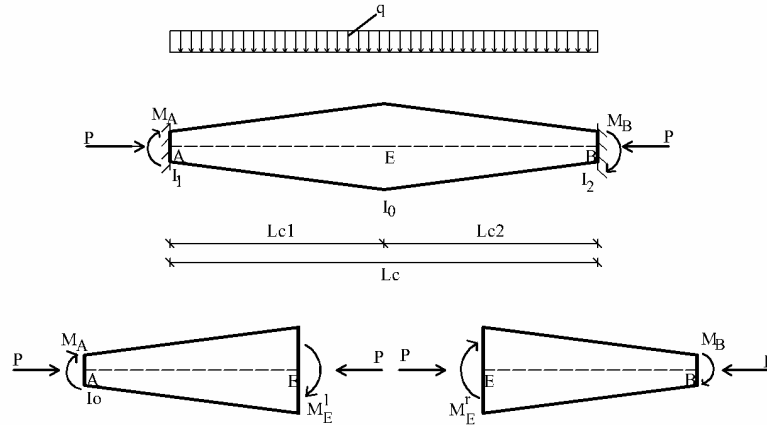
Σχ. 1 Οι έξι υπό μελέτη περιπτώσεις και τυπική μορφή μελών

4. ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2

Ενδεικτικά και για να κατανοηθεί η διαδικασία ανάλυσης, περιγράφεται στη συνέχεια η Περίπτωση 2. Στο Σχ. 2 φαίνεται η αντίστοιχη υπό μελέτη αξονικά θλιβόμενη δοκός μεταβλητής διατομής (βλέπε Σχ. 1). Αποτελείται από δύο επιμέρους τμήματα, το ΑΕ και το ΕΒ, τα οποία είναι μεταβλητής διατομής. Ο νόμος μεταβολής της ροπής αδρανείας για κάθε επιμέρους τμήμα περιγράφεται από τη σχέση:

$$I_x = I_0 \left(\frac{x}{a} \right)^2 \quad (1)$$

σύμφωνα με την οποία η ροπή αδρανείας σε απόσταση x από την αρχή των αξόνων O , είναι ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης αυτής. Η θλιβόμενη δοκός θεωρείται ότι είναι αμφίπακτη και ότι φορτίζεται ταυτόχρονα με εγκάρσιο ομοιόμορφο φορτίο q . Κατά τη μελέτη, τα επιμέρους τμήματα ΑΕ και ΕΒ θεωρούνται διαφορετικού μήκους και διαφορετικής μεταβλητότητας. Λόγω των πακτώσεων στα σημεία Α και Β, είναι $\theta_A = \delta_A = \theta_B = \delta_B = 0$ και για τα δύο επιμέρους τμήματα ΑΕ και ΕΒ ισχύουν οι σχέσεις:



Σχ. 2 Θεμελιώδεις ροπές αμφίπακτης δοκού Περίπτωσης 2

Τμήμα ΑΕ

$$M_A = \frac{2EI_0}{L_{c1}} \left[\frac{\bar{a}_2}{G_1^2} \theta_E - \frac{(\bar{a}_1 + \bar{a}_2)}{G_1^2} \left(\frac{\delta_E}{L_{c1}} \right) \right] + qL_{c1}^2 C_1 \quad (2)$$

$$M_E^l = \frac{2EI_0}{L_{c1}} \left[\frac{\bar{a}_4}{G_1^2} \theta_E - \frac{(\bar{a}_3 + \bar{a}_4)}{G_1^2} \left(\frac{\delta_E}{L_{c1}} \right) \right] - qL_{c1}^2 D_1 \quad (3)$$

$$V_E^l = \frac{M_A + M_E^l}{L_{c1}} + q \frac{L_{c1}}{2} + P \frac{\delta_E}{L_{c1}} = \frac{2EI_0 (\bar{a}_2 + \bar{a}_4)}{L_{c1}^3 G_1^2} \theta_E - \left[\frac{2EI_0 (\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 + \bar{a}_4)}{L_{c1}^3 G_1^2} - P \frac{1}{L_{c1}} \right] \delta_E + qL_{c1} (C_1 - D_1) + q \frac{L_{c1}}{2} \quad (4)$$

Τμήμα ΕΒ

$$M_E^r = \frac{2EI_0}{L_{c1}} \left[\frac{\bar{A}_4}{RG_2^2} \theta_E + \frac{(\bar{A}_3 + \bar{A}_4)}{R^2 G_2^2} \left(\frac{\delta_E}{L_{c1}} \right) \right] + qL_{c1}^2 R^2 D_1' \quad (5)$$

$$M_B = \frac{2EI_0}{L_{c1}} \left[\frac{\bar{A}_2}{RG_2^2} \theta_E + \frac{(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)}{R^2 G_2^2} \left(\frac{\delta_E}{L_{c1}} \right) \right] - qL_{c1}^2 R^2 C_1' \quad (6)$$

$$V_E^r = \frac{M_E^r + M_B}{L_{c2}} - P \frac{\delta_E}{L_{c2}} - q \frac{L_{c2}}{2} = \frac{M_E^r + M_B}{L_{c1}} \left(\frac{L_{c1}}{L_{c2}} \right) - P \frac{\delta_E}{L_{c1}} \left(\frac{L_{c1}}{L_{c2}} \right) - q \frac{L_{c2}}{2} \left(\frac{L_{c2}}{L_{c1}} \right) = \quad (7)$$

$$= \frac{2EI_0 (\bar{A}_2 + \bar{A}_4) \bar{A}_4}{L_{c1}^2 R^2 G_2^2} \theta_E + \left[\frac{2EI_0 (\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 + \bar{A}_4)}{L_{c1}^3 R^3 G_2^2} - P \frac{1}{L_{c1}} \frac{1}{R} \right] \delta_E - q \frac{L_{c1}}{2} R + qL_{c1} R (D_1' - C_1')$$

όπου, για το τμήμα ΑΕ, οι συντελεστές \bar{a}_i ($i = 1 \div 4$) είναι οι παρακάτω:

$$\bar{a}_1 = \frac{(f_2 - f_4)(\mu^2 + 0,25)}{2f_0} J^2 \quad (8)$$

$$\bar{a}_2 = \frac{f_4(\mu^2 + 0,25)}{2f_0} J^2 \quad (9)$$

$$\bar{a}_3 = - \frac{\{(f_2 - f_4) \cos(\mu \ln(1+J)) + (f_3 - f_1) \sin(\mu \ln(1+J))\} (\mu^2 + 0,25) J^2 \sqrt{1+J}}{2f_0} \quad (10)$$

$$\bar{a}_4 = - \frac{\{f_4 \cos(\mu \ln(1+J)) - f_3 \sin(\mu \ln(1+J))\} (\mu^2 + 0,25) J^2 \sqrt{1+J}}{2f_0} \quad (11)$$

και

$$f_0 = f_1 f_4 - f_2 f_3 \quad (12)$$

$$f_1 = \frac{J}{\sqrt{1+J}} \left\{ \frac{1}{2} \cos(\mu \ln(1+J)) - \mu \sin(\mu \ln(1+J)) \right\} - 0,5J \quad (13)$$

$$f_2 = \frac{J}{\sqrt{1+J}} \left\{ \mu \cos(\mu \ln(1+J)) + \frac{1}{2} \sin(\mu \ln(1+J)) \right\} - \mu J \quad (14)$$

$$f_3 = \sqrt{1+J} \cos[\mu \ln(1+J)] - 0,5J - 1 \quad (15)$$

$$f_4 = \sqrt{1+J} \sin[\mu \ln(1+J)] - \mu J \quad (16)$$

με

$$\mu = \mu_1 = \sqrt{\frac{Pa_1^2}{EI_1} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\beta^2 \left(\frac{J_1+1}{J_1} \right)^2 - \frac{1}{4}} > 0 \quad (17)$$

$$J = J_1 = \frac{Lc1}{a_1} \quad (18)$$

και για το τμήμα ΕΒ οι συντελεστές \bar{A}_i ($i=1 \div 4$) δίνονται από τις σχέσεις (8) έως (17) με αντικατάσταση των \bar{a}_i με \bar{A}_i και με:

$$\mu = \mu_2 = \sqrt{\frac{Pa_2^2}{EI_2} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\beta^2 \left(\frac{J_2+1}{J_2} \right)^2 R^2 - \frac{1}{4}} > 0 \quad (19)$$

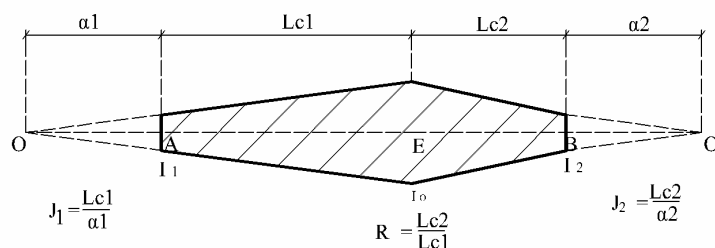
$$J = J_2 = \frac{Lc2}{a_2} \quad (20)$$

Ισχύουν ακόμα:

$$\beta^2 = \frac{PLc1}{EI_0} \quad (21)$$

$$R = \frac{Lc2}{Lc1} \quad (22)$$

Στο Σχήμα 3 όπου φαίνεται η γεωμετρία της δοκού της Περίπτωσης 2, ορίζονται τα a_1, a_2 καθώς και η σχέση των μηκών των δύο επιμέρους τμημάτων.



Σχ. 3 Γεωμετρία δοκού Περίπτωσης 2

Οι συνθήκες ισορροπίας στο σημείο Ε είναι:

$$M_E^l = -M_E^r \quad (23)$$

$$V_E^l = V_E^r \quad (24)$$

Από τις παραπάνω συνθήκες ισορροπίας στο σημείο Ε, μετά τις κατάλληλες αντικαταστάσεις, προκύπτουν τελικώς οι θεμελιώδεις ροπές της αμφίπακτης δοκού ΑΒ:

$$\bar{M}_A = qL_c^2 G_A \quad (25)$$

$$\bar{M}_B = qL_c^2 G_B \quad (26)$$

όπου

$$G_A = \frac{2}{(1+R)^2} \left[\frac{\bar{a}_2}{G_1^2} G_7 - \frac{(\bar{a}_1 + \bar{a}_2)}{G_1^2} G_8 + \frac{C_1}{2} \right] \quad (27)$$

$$G_B = \left[\frac{2}{(1+R)^2} \frac{1}{R} \right] \left[\frac{\bar{A}_2}{G_2^2} G_7 + \frac{(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)}{RG_2^2} G_8 - R^3 \frac{C_1'}{2} \right] \quad (28)$$

Οι μεταβλητές $G_1 \div G_8$ δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$G_1 = \left[\frac{2(\bar{A}_2 + \bar{A}_4)}{R^2 G_2^2} - \frac{2(\bar{a}_2 + \bar{a}_4)}{G_1^2} \right] \quad (29)$$

$$G_2 = \left[\frac{2(\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 + \bar{A}_4)}{R^3 G_2^2} + \frac{2(\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 + \bar{a}_4)}{G_1^2} - \beta^2 \left(1 + \frac{1}{R} \right) \right] \quad (30)$$

$$G_3 = \left[\frac{1}{2} + (C_1 - D_1) + R \left(\frac{1}{2} - (D_1' - C_1') \right) \right] \quad (31)$$

$$G_4 = \left[\frac{2\bar{A}_4}{RG_2^2} + \frac{2\bar{a}_4}{G_1^2} \right] \quad (32)$$

$$G_5 = \left[\frac{2(\bar{A}_3 + \bar{A}_4)}{R^2 G_2^2} - \frac{2(\bar{a}_3 + \bar{a}_4)}{G_1^2} \right] \quad (33)$$

$$G_6 = [D_1 - R^2 D_1'] \quad (34)$$

$$G_7 = \left[\frac{G_2 G_6 - G_3 G_5}{G_2 G_4 - G_1 G_5} \right] \quad (35)$$

$$G_8 = \left[\frac{G_3 G_4 - G_1 G_6}{G_2 G_4 - G_1 G_5} \right] \quad (36)$$

Οι συντελεστές C_1, D_1 των σχέσεων 2, 3, 5 και 6 είναι οι πολλαπλασιαστικοί συντελεστές των θεμελιωδών ροπών ράβδων απλής μεταβλητής διατομής της Περίπτωσης 1 του Σχ. 1 και δίνονται από τις σχέσεις:

$$C_1 = \frac{Q_5 T_6 - Q_6 T_5}{T_4 Q_5 - Q_5 T_4} \quad (37)$$

$$D_1 = \frac{Q_6 T_4 - Q_4 T_6}{T_4 Q_5 - Q_4 T_5} \quad (38)$$

με

$$Q_1 = \frac{1}{J} \left[-\cos(\mu \ln(1+J)) + \frac{4\mu^2 - 1}{4\mu} \sin(\mu \ln(1+J)) + \sqrt{1+J} \right] \quad (39)$$

$$Q_2 = \frac{4\mu^2 + 1}{4\mu} \sin(\mu \ln(1+J)) \quad (40)$$

$$Q_3 = \left(\frac{4\mu^2 + 1}{4\mu^2 + 9} \right) \frac{1}{J^2} \left[\cos(\mu \ln(1+J)) - \frac{4\mu^2 - 3}{8\mu} \sin(\mu \ln(1+J)) - \sqrt{(1+J)^3} \right] \quad (41)$$

$$Q_4 = Q_1 - (1+J) Q_2 \quad (42)$$

$$Q_5 = \frac{1}{J} Q_2 - Q_1 \quad (43)$$

$$Q_6 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{J} \right) Q_1 - \frac{(1+J)}{2J^2} Q_2 + Q_3 \quad (44)$$

$$T_1 = \frac{1}{J} \left[-\cos(\mu \ln(1+J)) - \frac{1}{2\mu} \sin(\mu \ln(1+J)) + \sqrt{1+J} \right] \quad (45)$$

$$T_2 = \left[-\cos(\mu \ln(1+J)) + \frac{1}{2\mu} \sin(\mu \ln(1+J)) + \sqrt{1+J} \right] \quad (46)$$

$$T_3 = \left[\frac{(4\mu^2 + 1)}{2(4\mu^2 + 9)} \frac{1}{J^2} \left[\cos(\mu \ln(1+J)) + \frac{3}{2\mu} \sin(\mu \ln(1+J)) - \sqrt{(1+J)^3} \right] \right] \quad (47)$$

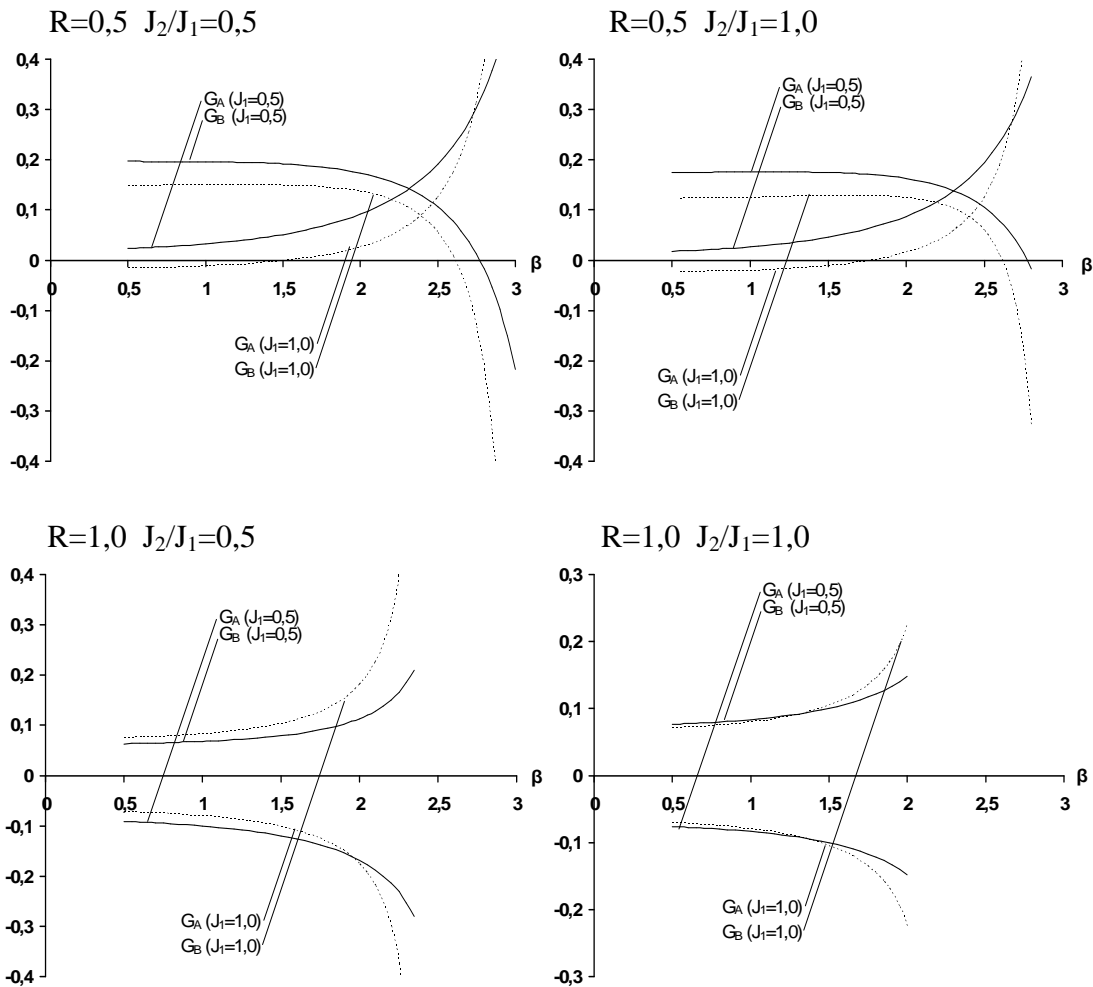
$$T_4 = T_1 - \left(1 + \frac{1}{J} \right) T_2 \quad (48)$$

$$T_5 = \frac{1}{J} T_2 - T_1 \quad (49)$$

$$T_6 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{J} \right) T_1 - \frac{(1+J)}{2J^2} T_2 + T_3 \quad (50)$$

και

$$\mu = \sqrt{\frac{Pa^2}{EI_0} - \frac{1}{4}}, \quad J = \frac{LC}{a} \quad (51)$$



Σχ. 4 Συντελεστές G_A , G_B , θεμελιωδών ροπών αμφίπακτης δοκού της Περίπτωσης 2 υπό ομοιόμορφο φορτίο, συναρτήσεως της αδιάστατης αξονικής δύναμης β , για διάφορες τιμές των παραμέτρων $R = L_{c2}/L_{c1}$, J_2/J_1 , $J_1 = L_{c1}/a_1$

5. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Βάσει των σχέσεων που διατυπώθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, καταρτίζεται πρόγραμμα στον Η/Υ, με τη βοήθεια του οποίου συντάσσονται τα διαγράμματα των συντελεστών των θεμελιωδών ροπών, για τις διάφορες περιπτώσεις δοκών, και για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων που υπεισέρχονται στις εξισώσεις των συντελεστών. Έτσι, στα διαγράμματα του Σχ. 4 παρουσιάζονται ενδεικτικά οι γραφικές παραστάσεις των συντελεστών G_A , G_B των θεμελιωδών ροπών των αξονικά θλιβομένων δοκών της Περίπτωσης 2, υποκείμενων σε εγκάρσια ομοιόμορφη φόρτιση, συναρτήσεως του αδιάστατου αξονικού θλιπτικού φορτίου β , για διάφορες τιμές των παραμέτρων. Όπως προκύπτει από τα διαγράμματα αυτά, η μεταβλητότητα των διατομών επηρεάζει σημαντικά τους αντίστοιχους συντελεστές των θεμελιωδών ροπών, και πρέπει επομένως να λαμβάνεται υπόψη κατά τη μελέτη τους. Με ανάλογο τρόπο αντιμετωπίζονται και οι υπόλοιπες περιπτώσεις του Σχ. 1.

5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Timoshenko S.P and Gere J.M *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill Book Co, New York, 1961.
2. Horne M.R and Merchant W., *The Stability of Frames*, Pengamon Press, Oxford, 1965.
3. Krynicki E.J and Mazurkiewicz Z.E., *Frames of Solid Bars of Varying Cross Sections*, J. of Str. Division, ASCE, N^o ST4, Aug. 1964, pp.145-174.
4. Just D.J., *Plane Frameworks of Tapering Box and I-section*, J. of Str. Division, ASCE, STI, Jan. 1977, pp. 71-86.
5. Galea Y., *Flambement des Poteaux a inertie variable*, Construction Metallique, No 1, 1981, pp. 21-46.
6. Karabalis D.L. and Beskos D.E., *Static, Dynamic and Stability Analysis of Structures Composed of Tapered Beams*, Computers and Structures, Vol. 16, No 6, 1983, pp.731-748.
7. Ermopoulos J., *Slope-Deflection method and bending of tapered bars under stepped loads*, J. of Constr. Steel Research, 11, 1988, pp. 121-141.
8. Ι.Χ.Ερμόπουλος, *Μέθοδος Γωνιών-Στροφής και Θεμελιώδεις Ροπές σε Θλιβόμενες Ράβδους Μεταβλητής Διατομής*, Τεχν. Χρον.Επιστ. Εκδ. ΤΕΕ, Ι, τεύχος 3 1996.

Tapered beam-columns under compression
Part 2: Fundamental bending moments**E. K. Lazaridou**

Civil Engineer, Postgraduate student at N.T. University of Athens
School of Civil Engineering, Laboratory of Metal Structures
9 Iroon Politechneiou str., 157 80
Athens, Greece
e-mail: eflazar@otenet.gr

J. Ch. Ermopoulos

Professor N.T. University of Athens
School of Civil Engineering, Laboratory of Metal Structures
9 Iroon Politechneiou str., 157 80
Athens, Greece
e-mail: jermop@central.ntua.gr

SUMMARY

In this paper, axially compressed tapered bars of various shapes, which consist of two or three parts of varying or constant cross-section, are studied. The law of moment of inertia variation that has been used, applies mainly to members of steel structures. Using the general equations of the slope-deflection method for those bars, the fundamental bending moments for the same bars are calculated, with both ends fixed or with one end fixed and the other pinned, and for simultaneously acting uniform load. At the end of the paper, diagrams of the bending moment multipliers are given, for various values of the main parameters.