

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΜΜΙΚΤΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ ΜΕΣΩ ΕΣΧΑΡΑΣ ΑΠΟ  
ΡΑΒΔΟΜΟΡΦΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ**

**Βάγιας Ιωάννης**  
Καθηγητής ΕΜΠ  
Εργαστήριο Μεταλλικών  
Κατασκευών ΕΜΠ  
Ηρώων Πολυτεχνείου 9,  
15780 Ζωγράφου, Αθήνα  
[vastahl@central.ntua.gr](mailto:vastahl@central.ntua.gr)

**Ηλιόπουλος Άρης**  
Δρ. Πολ. Μηχανικός  
Σφακτηρίας 4, Χαλάνδρι  
15231 Αθήνα  
[iliop78@otenet.gr](mailto:iliop78@otenet.gr)

**Αδαμάκος Θεόδωρος**  
Υποψήφιος διδάκτωρ ΕΜΠ  
Εργαστήριο Μεταλλικών  
Κατασκευών ΕΜΠ  
Ηρώων Πολυτεχνείου 9,  
15780 Ζωγράφου, Αθήνα  
[tadamakos@yahoo.com](mailto:tadamakos@yahoo.com)

**1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στη συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζεται ένας βελτιωμένος τρόπος προσομοίωσης σύμμικτων γεφυρών μέσω εσχάρας δοκών - διαδοκίδων. Το προσομοίωμα αποτελείται από ραβδόμορφα στοιχεία, τα οποία δίνουν τη δυνατότητα απεικόνισης των εντατικών μεγεθών και των παραμορφώσεων όλων των δομικών στοιχείων της ανωδομής (πλάκα καταστρώματος, κύριες και δευτερεύουσες δοκοί, διαφράγματα, εφέδρανα). Η συγκεκριμένη πρόταση προσομοίωσης βρίσκει εφαρμογή τόσο κατά τη διάρκεια των φάσεων κατασκευής όσο και λειτουργίας μιας σύμμικτης γέφυρας.

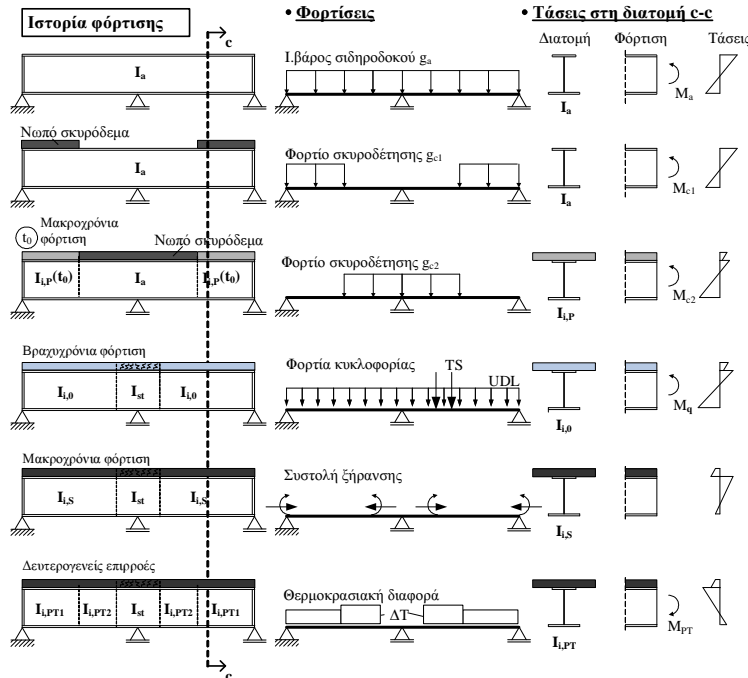
**2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Η προσομοίωση μιας γέφυρας θεωρείται επιτυχημένη όταν εξυπηρετεί τους παρακάτω σκοπούς:

1. Αποτυπώνει με ακρίβεια την εντατική κατάσταση του φορέα.
2. Περιλαμβάνει όσο το δυνατόν περισσότερα δομικά στοιχεία της ανωδομής.
3. Είναι εύχρηστη ως προς την εισαγωγή των φορτίων.
4. Καλύπτει χωρίς τροποποιήσεις τις περισσότερες καταστάσεις και φορτίσεις του φορέα και των εφεδράνων.
5. Επιτρέπει την αξιόπιστη διεξαγωγή της δυναμικής ανάλυσης.
6. Επιτρέπει την ανάλυση με τα συνήθη λογισμικά του εμπορίου.

Τα παραπάνω πραγματοποιούνται μέσω ενός χωρικού μοντέλου εσχάρας δοκών στο οποίο απεικονίζονται οι κύριοι σύμμικτοι φορείς, η πλάκα του καταστρώματος, τα εφέδρανα και τυχόν στοιχεία ευσταθοποίησης, όπως διαφράγματα, εσωτερικές δικτυώσεις κ.α. Τονίζεται ιδιαίτερα ότι αναλόγως των φάσεων κατασκευής το χωρικό αυτό μοντέλο θα πρέπει να μπορεί να τροποποιείται λαμβάνοντας υπόψη την ιστορία φόρτισης του φορέα.

Συνηθέστερα η ιστορία φόρτισης μιας σύμμικτης γέφυρας εξαρτάται από την ακολουθία σκυροδέτησης. Έτσι, σε αμφιέρειστες γέφυρες η σκυροδέτηση ξεκινά από το μέσο αυτής και συνεχίζει προς τα άκρα με σκοπό την ελαχιστοποίηση των παραμορφώσεων. Στις συνεχείς γέφυρες απώτερος σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση των αρνητικών ροπών στις εσωτερικές στηρίξεις προς αποφυγή προβλημάτων ρηγμάτων.



Σχ. 1. Φάσεις κατασκευής συνεχούς σύμμικτης γέφυρας

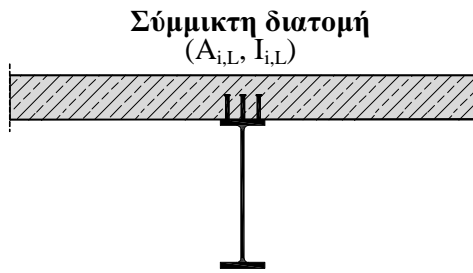
Προς κατανόηση όλων των παραπάνω παρουσιάζεται στο Σχήμα 1 η κατασκευή μιας συνεχούς σύμμικτης γέφυρας. Αρχικά σκυροδετούνται τα άκρα και τελικά το ενδιάμεσο τμήμα. Παρατηρεί κανείς ότι το  $i. \beta.$  της κατασκευής και το φορτίο από την πρώτη σκυροδέτηση αναλαμβάνεται πλήρως από την μεταλλική διατομή ( $I_a$ ). Κατά τη φάση της δεύτερης σκυροδέτησης τα ακριανά τμήματα του φορέα είναι σύμμικτα με αδρανειακά μεγέθη απομειωμένα λόγω ερπυσμού ( $I_{i,P}$ ). Τα φορτία κυκλοφορίας αναλαμβάνονται από τις σύμμικτες διατομές του φορέα χωρίς απόμειωση

αυτών λόγω ερπυσμού ( $I_{i,0}$ ). Παράλληλα, δεν αμελούνται οι καταπονήσεις λόγω δευτερογενών επιρροών από τη ρεολογική συμπεριφορά του σκυροδέματος (ερπυσμός – συστολή ξήρανσης). Γίνεται, έτσι, κατανοητό ότι η όλη διαδικασία υπολογισμού τόσο των τάσεων, όσο και των βελών κάμψης είναι ιδιαίτερα περίπλοκη και απαιτεί την ανάλυση συστημάτων με διαφορετικά αδρανειακά χαρακτηριστικά και φορτίσεις. Πληροφορίες πάνω στην προσομοίωση σύμμικτων γεφυρών περιέχονται στα [1], [2] και [3].

### 3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΦΟΡΕΑ

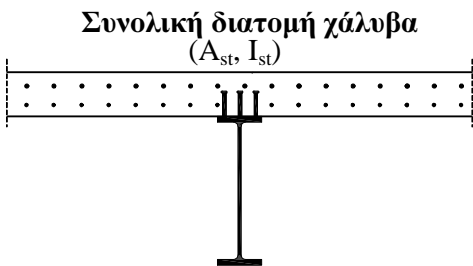
#### 3.1 Κόριοι φορείς

Όπως προαναφέρθηκε κατά τη σκυροδέτηση μιας σύμμικτης γέφυρας υπάρχουν τμήματα αυτής στα οποία το σκυρόδεμα έχει ήδη σκληρυνθεί και κατά συνέπεια οι διατομές είναι σύμμικτες. Οι διατομές αυτές έχουν αδρανειακά χαρακτηριστικά τα οποία εξαρτώνται από τον τύπο της φόρτισης (L) και τον ερπυστικό συντελεστή  $\phi_i$ , βλ. [5]. Στον Πιν. 1 παρουσιάζεται ο συντελεστής μετατροπής  $\eta_L$  που πρέπει να χρησιμοποιηθεί ανάλογα με τον τύπο της φόρτισης. Από τις τιμές του  $\psi_L$  γίνεται αντιληπτό ότι ο ερπυσμός του σκυροδέματος εξελίσσεται με διαφορετικό ρυθμό στην περίπτωση των μονίμων δράσεων ( $L = P$ ) απ’ ότι στις περιπτώσεις της συστολής ξήρανσης ( $L = S$ ) και των επιβεβλημένων παραμορφώσεων ( $L = D$ ).



Πιν. 1. Συντελεστές μετατροπής ανά είδος φόρτισης, [5]

<b>Συντελεστής μετατροπής:</b>	$n_L = n_0 \cdot (1 + \psi_L \cdot \varphi_t)$
Βραχυχρόνιες φορτίσεις:	$\psi_L = 0$
Μόνιμες δράσεις (L = P):	$\psi_L = 1.10$
Συστολή ξήρανσης (L = S):	$\psi_L = 0.55$
Επιβαλλόμενες παραμορφώσεις (L = D):	$\psi_L = 1.50$
Δευτερογενείς επιρροές (L = PT):	$\psi_L = 0.55$

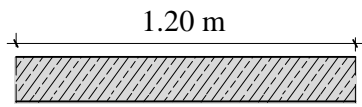


Σχ. 2. Συνολική διατομή χάλυβα

Στις περιοχές των εσωτερικών στηρίξεων, αναπτύσσονται ισχυρές αρνητικές ροπές και το σκυρόδεμα θεωρείται πλήρως ρηγματωμένο. Η διατομή αποτελείται από την μεταλλική δοκό και τους οπλισμούς εντός του συνεργαζόμενου πλάτους. Αναφερόμαστε, έτσι, στη συνολική διατομή χάλυβα με αδρανειακά χαρακτηριστικά  $A_{st}$  και  $I_{st}$ , βλ. Σχ. 2.

### 3.2 Πλάκα καταστρώματος

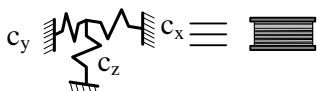
Διατομή πλάκας καταστρώματος



Σχ. 3. Πλάκα καταστρώματος

Η πλάκα του καταστρώματος προσομοιώνεται μέσω συστοιχίας εγκάρσιων διαδοκίδων με μεταξύ τους απόσταση ίση με την απόσταση των αξόνων του οχήματος των φορτίων κυκλοφορίας. Η διατομή αυτή έχει πάχος ίσο με το πάχος της πλάκας, πλάτος 1.2 m και μηδενική στρεπτική σταθερά ( $I_t = 0$ ).

### 3.3 Εφέδρανα



Σχ. 4. Προσομοίωση εφεδράνων με γραμμικά ελατήρια

Τα εφέδρανα που χρησιμοποιούνται στις γέφυρες είναι στην πλειοψηφία τους ελαστομεταλλικά και η δυσκαμψία τους είναι τέτοια που οδηγεί σε επαύξηση των παραμορφώσεων της γέφυρας.

Επίσης, στην περίπτωση δυναμικής ανάλυσης η γέφυρα συμπεριφέρεται λόγω των εφεδράνων ως μονοβάθμιος ταλαντωτής οι ιδιοπερίοδοι του οποίου καθορίζονται από τις τιμές των  $c_x$ ,  $c_y$ , και  $c_z$ , βλ. Σχ. 4. Ένα εφεδράνο διαστάσεων  $a \times b$  και με συνολικό πάχος ελαστομερούς υλικού  $\Sigma t$  προσομοιώνεται μέσω ελατηρίων με τιμές που δίνονται από τις Εξ. (1) και (2), βλ. [1], [2]:

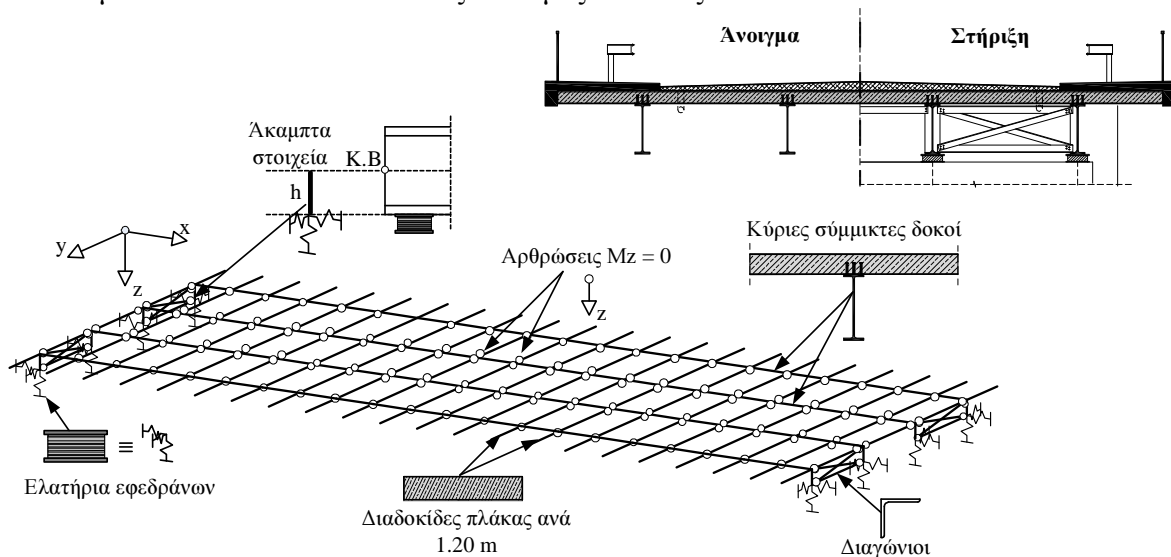
$$c_x = c_y = \frac{a \cdot b}{\Sigma t} \cdot G \tag{1}$$

$$c_z = \frac{a \cdot b}{\Sigma t} \cdot E \tag{2}$$

Ε και G είναι τα μέτρα ελαστικότητας και διάτμησης του εφεδράνου αντίστοιχα.

### 3.4 Προσομοίωμα - Ανάλυση

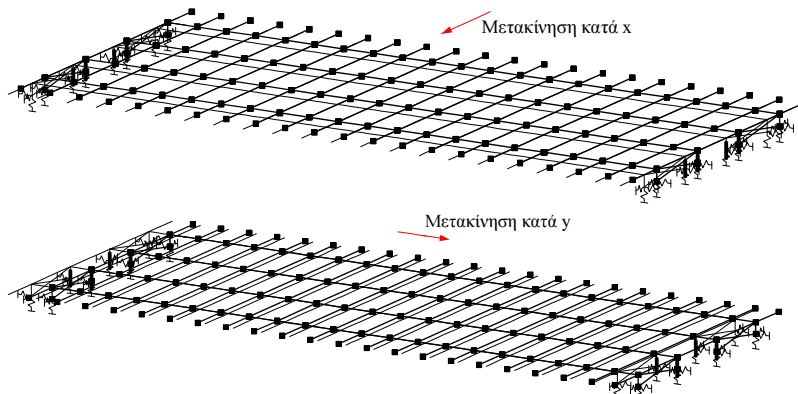
Στο Σχήμα 5 παρουσιάζεται το προσομοίωμα μιας αμφιέριστης σύμμικτης γέφυρας με τέσσερις κύριες δοκούς. Οι διαδοκίδες της πλάκας έχουν στα άκρα αρθρώσεις ως προς τον καθολικό άξονα z, ώστε οι κύριες δοκοί να μην κάμπτονται ως προς τον ασθενή άξονα λόγω μεταφοράς έντασης από το κατάστρωμα. Η συνολική ροπή αδρανείας της πλάκας ισομοιράζεται στις ακραίες κύριες δοκούς, οι οποίες και θα αναλάβουν πλήρως πλευρικές καταπονήσεις από άνεμο και σεισμό. Αντίθετα, οι ενδιάμεσες δοκοί έχουν  $I_z = 0$ . Η στρεπτική σταθερά των σιδηροδοκών αμελείται, λόγω μη ύπαρξης κάτω οριζοντίων συνδέσμων που θα καθιστούσαν τις διατομές κλειστές.



Σχ. 5. Στατικό προσομοίωμα αμφιέριστης γέφυρας με τέσσερις κύριες δοκούς

Τα εφεδράνα έχουν προσομοιωθεί μέσω ελατηρίων, όπως ακριβώς περιγράφηκε στην παράγραφο 3.3. Η διαφορά στάθμης μεταξύ των εφεδράνων και του κέντρου βάρους των κυρίων δοκών καλύπτεται με τη βοήθεια ακάμπτων στοιχείων. Έτσι, δίνεται και η δυνατότητα αποτύπωσης των διαμήκων μετατοπίσεων των εφεδράνων λόγω των στροφών  $\theta_y$  στο καθολικό σύστημα. Το μοντέλο επιτρέπει, επίσης, τον υπολογισμό των εντατικών μεγεθών στα ακριανά διαφράγματα. Τέλος, τονίζεται ότι στην περίπτωση συνεχούς γέφυρας η μόνη διαφορά θα εντοπιζόταν στις εσωτερικές στηρίξεις, όπου θα εφαρμοζόταν η συνολική διατομή χάλυβα, βλ. Σχ. 2.

Στην περίπτωση της δυναμικής ανάλυσης οι αρθρώσεις  $M_z = 0$  καταργούνται, ώστε να αποφευχθούν παραμορφώσεις της πλάκας στο επίπεδό της (διάφραγμα).



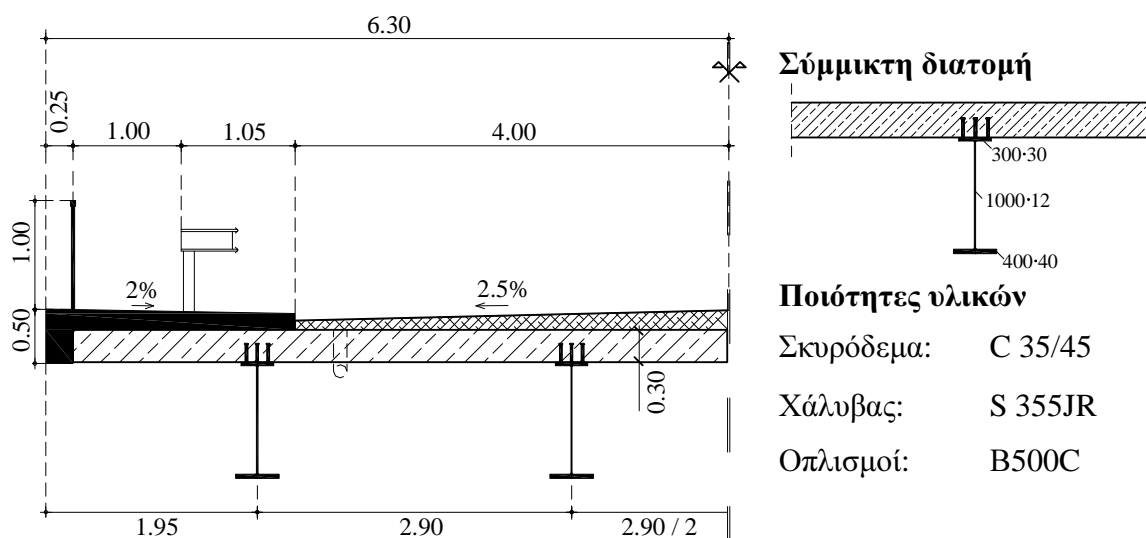
Σχ. 6. Μεταβατικές ιδιομορφές αμφιέριστης γέφυρας

Στο Σχήμα 6 φαίνονται ενδεικτικά οι πρώτες δύο κύριες ιδιομορφές μιας αμφιέριστης σύμμικτης γέφυρας. Είναι προφανές ότι οι ιδιοπερίοδοι της γέφυρας και οι σεισμικές δυνάμεις εξαρτώνται από τις τιμές των ελατηρίων  $c_x$  και  $c_y$ , βλ. παρ. 3.3.

#### 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΜΦΙΕΡΕΙΣΤΗ ΣΥΜΜΙΚΤΗ ΓΕΦΥΡΑ

##### 4.1 Περιγραφή γέφυρας

Πρόκειται για αμφιέρειστη σύμμικτη γέφυρα μήκους 25m, η οποία αποτελείται από τέσσερις συγκολλητές κύριες δοκούς με πλάκα καταστρώματος πάχους 30 cm. Στο Σχήμα 7 παρουσιάζεται η γεωμετρία της ανωδομής, καθώς επίσης και οι ποιότητες των υλικών σκυροδέματος και δομικού χάλυβα.



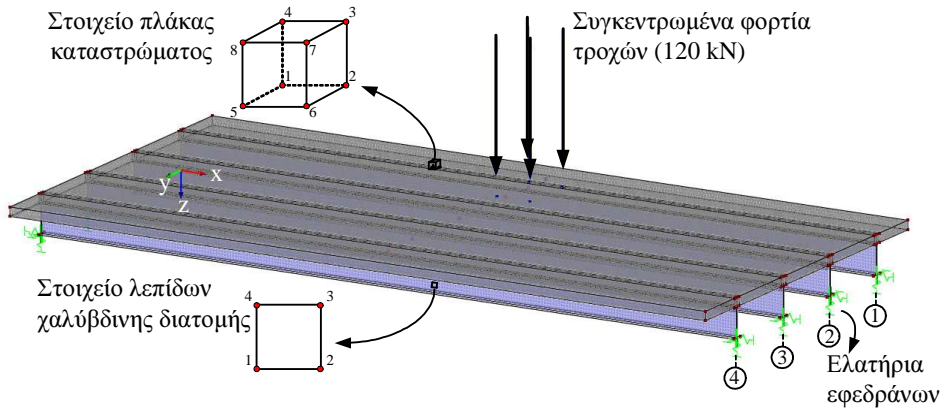
Σχ. 7. Προς εξέταση διατομή αμφιέρειστης γέφυρας - Υλικά

##### 4.2 Προσομοίωση φορέα μέσω εσχάρας με στοιχεία δοκού

Η προσομοίωση της ανωδομής της γέφυρας βασίζεται στα προαναφερθέντα της παραγράφου 3. Η ανάλυση πραγματοποιείται με μοντέλο εσχάρας δοκών – διαδοκίδων, πανομοιότυπο με αυτό του Σχήματος 5. Ως φόρτιση εφαρμόζεται στο μέσο της γέφυρας και για την ακραία κύρια δοκό ένα διαξονικό εξηντάτονο όχημα (μοντέλο φόρτισης 1), όπως αυτό περιγράφεται στο [4]. Για τα εφέδρανα χρησιμοποιούνται οι τιμές  $c_x = c_y = 1562.5$  kN/m και  $c_z = 915469$  kN/m.

##### 4.3 Προσομοίωση φορέα μέσω πεπερασμένων στοιχείων

Προκειμένου να αξιολογηθεί η αξιοπιστία του μοντέλου της παραγράφου 4.2 η γέφυρα προσομοιώνεται με επιφανειακά και χωρικά πεπερασμένα στοιχεία, βλ. Σχ. 8. Πιο συγκεκριμένα, για τα ελάσματα των σιδηρών δοκών, επιλέγονται επιφανειακά ισοπαραμετρικά πεπερασμένα στοιχεία τεσσάρων κόμβων, ενώ για την πλάκα του καταστρώματος χωρικά στοιχεία οκτώ κόμβων. Η διακριτοποίηση του φορέα γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να μην εμφανίζονται ανωμαλίες στη γεωμετρία των στοιχείων π.χ. πολύ οξείες ή αμβλείες γωνίες κτλ. Τονίζεται επίσης, ότι περαιτέρω αύξηση του αριθμού των στοιχείων δεν οδηγεί σε αύξηση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων. Το προσομοίωμα αποτελείται από 97500 χωρικά και 90280 επιφανειακά πεπερασμένα στοιχεία.



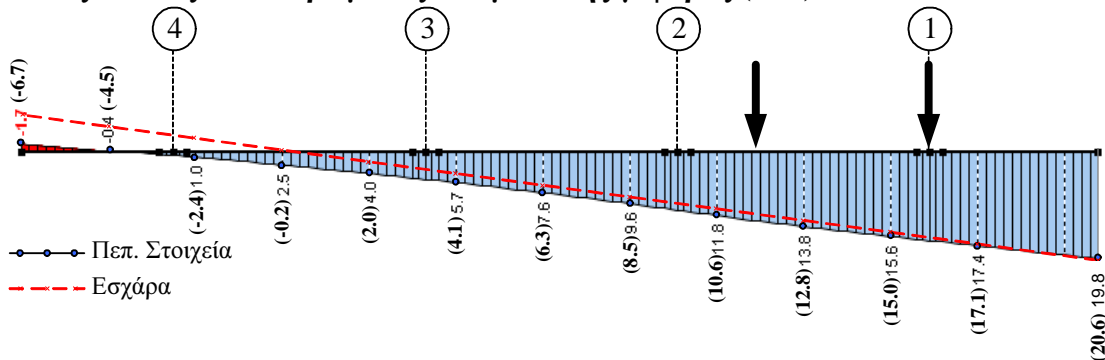
Σχ. 8. Προσομοίωση ανωδομής γέφυρας με επιφανειακά και χωρικά πεπερασμένα στοιχεία

#### 4.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων μοντέλων εσχάρας και πεπερασμένων στοιχείων

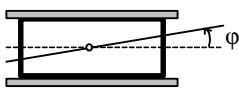
##### Παραμορφώσεις

Στο Σχήμα 9 παρουσιάζεται η γραμμή βύθισης της πλάκας του καταστρώματος καθώς και η σύγκριση των στροφών των εφεδράνων περί τον καθολικό άξονα y. Στις βυθίσεις οι εντός των παρενθέσεων τιμές αντιστοιχούν στο μοντέλο εσχάρας.

##### Βυθίσεις πλάκας καταστρώματος στο μέσο της γέφυρας (mm)



##### Στροφές εφεδράνων (mrad)

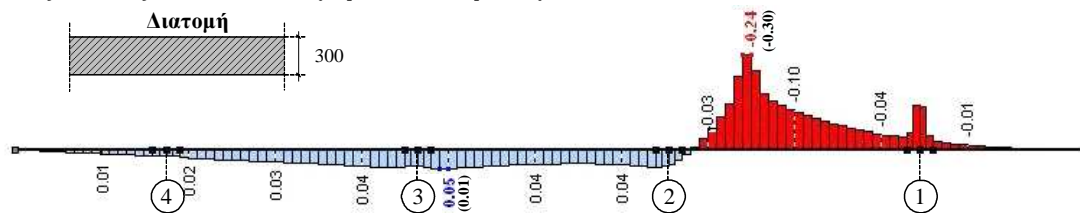
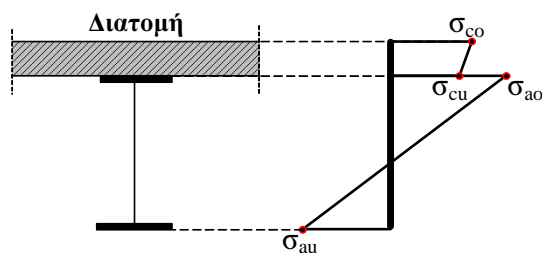


Εφεδράνο	1	2	3	4
Εσχάρα	-2.0	-1.2	-0.5	0.3
Πεπ. Στοιχεία	-1.9	-1.3	-0.6	0.0

Σχ. 9. Βυθίσεις σε μέσο γέφυρας – Στροφές εφεδράνων

##### Τάσεις

Η εκτίμηση των τάσεων αποτελεί ένα ιδιαίτερα σημαντικό θέμα για την διαστασιολόγηση σύμμικτων γεφυρών. Τάσεις απαιτείται να υπολογισθούν τόσο στη φάση της οριακής κατάστασης λειτουργικότητας όσο και αστοχίας. Ιδιαίτερα σε περιπτώσεις περιορισμού αυτών έναντι φαινομένων κύρτωσης απαιτείται ο υπολογισμός τους να είναι ιδιαίτερα ακριβής. Μέσω της σύγκρισης των τάσεων που αναπτύσσονται στα δύο διαφορετικά μοντέλα δίνεται η δυνατότητα ελέγχου των εντατικών μεγεθών που υπολογίζονται στις δοκούς – διαδοκίδες της εσχάρας, βλ. Σχήμα 10.

Ορθές τάσεις  $\sigma_{co}$  σε διατομή από σκυρόδεμα ( $\text{kN/cm}^2$ )Ορθές τάσεις σε σύμμικτη διατομή ( $\text{kN/cm}^2$ )

Τάσεις	Πεπερασμένα Στοιχεία	Μοντέλο Εσχάρας
$\sigma_{co}$	-0.37	-0.30
$\sigma_{cu}$	+0.05	+0.01
$\sigma_{ao}$	+0.21	+0.06
$\sigma_{au}$	+6.20	+6.89

Σχ. 10. Ορθές τάσεις στο μέσο του φορέα

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία προτείνεται ένας βελτιωμένος τρόπος προσομοίωσης σύμμικτων γεφυρών μέσω εσχάρας δοκών-διαδοκίδων. Το μοντέλο τροποποιείται με εύκολο τρόπο ανάλογα με τις φάσεις κατασκευής και τις εκάστοτε φορτίσεις. Παράλληλα, επιτρέπεται η εισαγωγή των εφεδράνων στις συντοριακές συνθήκες μέσω ελατηρίων καθώς επίσης και των όποιων διαφραγμάτων ή ενισχύσεων.

Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων που προσφέρει το μοντέλο της εσχάρας ελέγχεται με ακριβές προσομοίωμα επιφανειακών και χωρικών πεπερασμένων στοιχείων. Οι παραμορφώσεις και των δύο μοντέλων παρουσιάζουν ιδιαίτερα μικρές αποκλίσεις τόσο ως προς τις βυθίσεις όσο και ως προς τις στροφές των εφεδράνων. Το γεγονός αυτό αναδεικνύει την ορθότητα της κατανομής των δυσκαμψιών στο προσομοίωμα της εσχάρας. Ομοίως, οι τιμές των τάσεων που αναπτύσσονται και στις δύο περιπτώσεις προσομοίωσης, τόσο στις σύμμικτες όσο στις διατομές από σκυρόδεμα (εγκάρσια διεύθυνση), είναι ελαφρώς διαφοροποιημένες. Είναι προφανές, λοιπόν, ότι η προτεινόμενη προσομοίωση απεικονίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την εντατική κατάσταση του συνόλου του φορέα, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα ταυτόχρονης ανάλυσης όλων των δομικών στοιχείων της ανωδομής.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Βάγιας Ι., Ηλιόπουλος Α. “Σύμμικτες γέφυρες. Οδηγός Σχεδιασμού με βάση τα DIN-Fachberichte και τους Ευρωκώδικες”. Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2006
- [2] Βάγιας Ι., Ηλιόπουλος Α. “Σύμμικτες γέφυρες”. Σεμινάρια ΙΕΚΕΜ (ΤΕΕ), 2007
- [3] Unterweger H. “Globale Systemberechnung von Stahl- und Verbundbrücken”. Habil TU Graz, 2001
- [4] DIN-Fachbericht 101, “Einwirkungen auf Brücken”, 2. Auflage 2003, Beuth Verlag Berlin
- [5] DIN-Fachbericht 104, “Verbundbrücken”, Ausgabe 2003, Beuth Verlag Berlin

**MODELING OF STEEL-CONCRETE COMPOSITE BRIDGES USING A  
GRILLAGE OF BEAM-LIKE STRUCTURAL ELEMENTS**

**Ioannis Vayas**  
Professor  
NTUA, School of Civil  
Engineering  
Athens  
[vastahl@central.ntua.gr](mailto:vastahl@central.ntua.gr)

**Aris Iliopoulos**  
Civil engineer PhD  
Sfaktirias 4, Halandri  
15231 Athens  
[iliop78@otenet.gr](mailto:iliop78@otenet.gr)

**Theodoros Adamakos**  
PhD Student  
NTUA, School of Civil  
Engineering  
Athens  
[tadamakos@yahoo.com](mailto:tadamakos@yahoo.com)

**SUMMARY**

In the present paper a new improved way for modeling composite bridges using a grillage of beam-like structural elements is proposed. The entire superstructure (concrete slab, main and secondary beams, diaphragms and stiffeners, bearings) is suitably represented by different sets of bar elements for which the internal forces and moments as well as the deformations can be straightforward determined.

The model is suitable to accommodate various construction stages and loading cases, including dynamic and seismic loading. Diaphragms and stiffeners of the steel section may be suitably introduced and bearings may be simulated by means of rigid elements and appropriate springs.

The proposed model is validated by FEM models using shell and solid elements. It is shown that the results of the two models compare well for all the load cases and construction phases considered. Torsion and distorsion of open or closed section main girders are well reproduced.

In summary, the recommended grillage model accommodates well the stress and deformation behavior of the whole structure, offering at the same time, the possibility of analysis of all superstructure elements and the bearings by a single model.