

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΑΡΧΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΑΤΕΛΕΙΑ (ΡΩΓΜΗ) ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Χ. Ε. Σοφίας

Υποψ. Διδάκτωρ, MSc Πολιτικός Μηχανικός
Εργαστήριο Τεχνικής Μηχανικής
Πολυτεχνική Σχολή Δ.Π.Θ.
csofias@komvosstr.gr

Έ. Δ. Μόκαλη

Πολιτικός Μηχανικός
Εργαστήριο Τεχνικής Μηχανικής
Πολυτεχνική Σχολή Δ.Π.Θ.
mokalielli@gmail.com

Δ. Α. Ζαχαρόπουλος

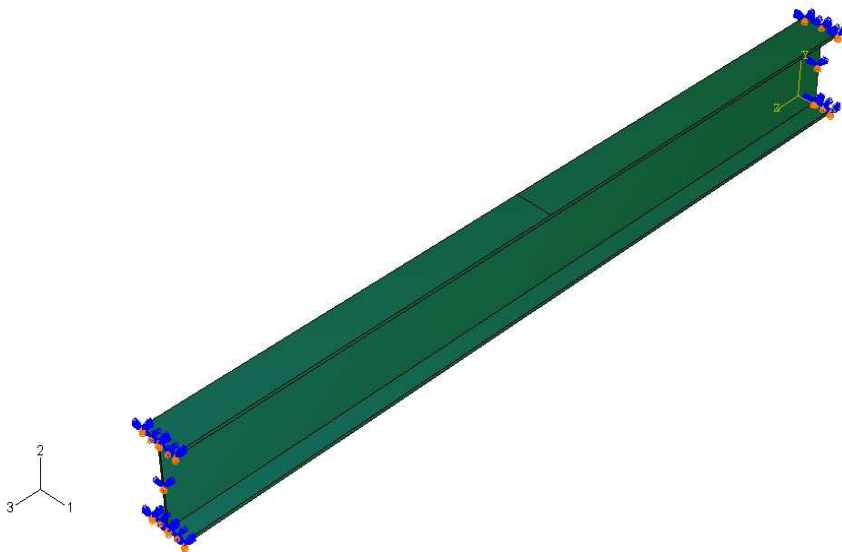
Καθηγητής
Εργαστήριο Τεχνικής Μηχανικής
Πολυτεχνική Σχολή Δ.Π.Θ.
dzachar@civil.duth.gr

1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η επιστήμη της μηχανικής της θραύσης γεννήθηκε και ωρίμασε στον 20^ο αιώνα. Η μεγαλύτερη επιτυχία της είναι η θεωρητική εξήγηση της έναρξης και διάδοσης μιας ρωγμής σε διαφορετικού τύπου υλικά, κάτω από ποικίλες φορτίσεις και ειδικά η προσέγγιση του φαινομένου της κόπωσης. Η δραστική μείωση των καταστροφών σε κατασκευές υψηλής τεχνολογίας, όπως οι γέφυρες, αεροπλάνα και οχήματα μεγάλων ταχυτήτων, είναι μια επιβεβαίωση στην πράξη των θετικών αποτελεσμάτων της με τις θεωρίες της σχεδίασης, αλλά κυρίως του ελέγχου και των επεμβάσεων που ανέπτυξε. Στην παρούσα θεωρητική εργασία προσδιορίζεται η μηχανική συμπεριφορά μιας μεταλλικής δοκού, στην οποία έχει εισαχθεί μια γεωμετρική ατέλεια (ρωγή). Συγκρίνεται το τασικό πεδίο που αναπτύσσεται με το αντίστοιχο εκείνης χωρίς τη ρωγή. Σκοπός της εργασίας είναι να διερευνηθεί το ποσοστό επιρροής της συγκεκριμένης ατέλειας στην αντοχή και την εν γένει συμπεριφορά της δοκού με την κλασική μηχανική και την μηχανική της θραύσης. Διαπιστώθηκε πως η ύπαρξη αυτής της γεωμετρικής ατέλειας, επηρεάζει τη συμπεριφορά του στοιχείου, κατά τέτοιον τρόπο ώστε το στοιχείο να αστοχεί χωρίς ακόμη να φτάσει στο όριο διαρροής του. Μελλοντικός στόχος της παρούσας εργασίας είναι η περαιτέρω ταυτοποίηση των αποτελεσμάτων μέσω εργαστηριακών δοκιμών.

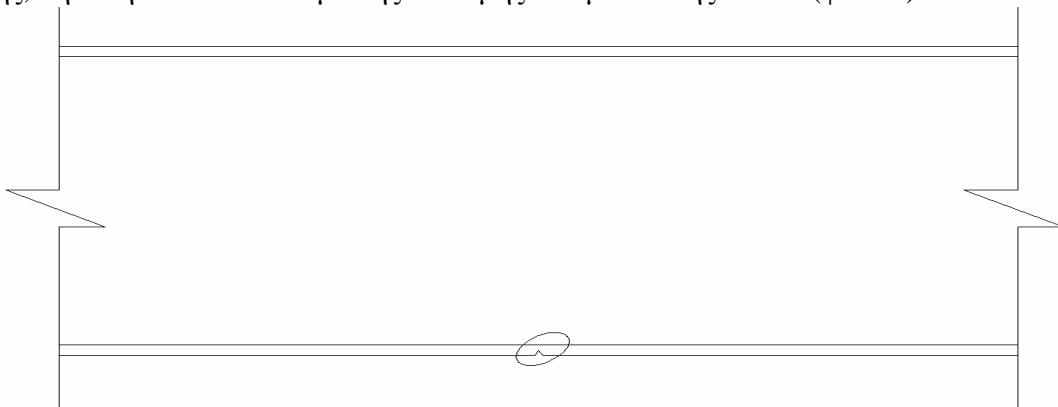
2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στην παρούσα εργασία μελετήθηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων η μηχανική συμπεριφορά μιας μεταλλικής δοκού, στην οποία εισήχθη μία γεωμετρική ατέλεια υπό μορφή ρωγμής. Επιλέχθηκε διατομή δοκού IPE 300, και υλικό ποιότητας χάλυβα Fe510 για την οποία μελετήθηκαν ποικίλες, όσον αφορά το μήκος τους, γεωμετρικές ατέλειες. Το στατικό μοντέλο της δοκού ήταν η κάμψη τριών σημείων. Αρχικά μελετήθηκε με βάση την Τεχνική θεωρία της Κάμψης όπου και υπολογίστηκε το φορτίο διαρροής P_y , καθώς και η βύθιση στο μέσον της δοκού. Εν συνεχεία, εισήχθη το μοντέλο σε πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων (Φωτ. 1) όπου και επιλύθηκε. Τα αποτελέσματα του μοντέλου συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα της Τεχνικής θεωρίας για να διαπιστωθεί η αξιοπιστία τους.



Φωτ. 1: Δοκός IPE 300 σε κάμψη 3 σημείων

Στη συνέχεια, εισήχθη στην καθαρή δοκό γεωμετρική ατέλεια στην κρίσιμότερη θέση της, δηλαδή στο κάτω πέλμα της διατομής του μέσου της δοκού (φωτ. 2).



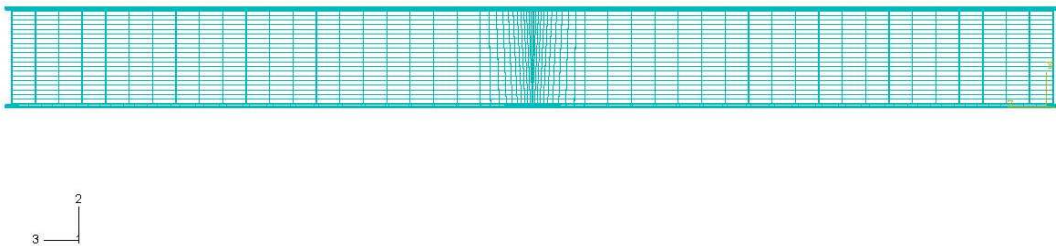
Φωτ. 2: Η εξιδανικευμένη δοκός με τη ρωγμή στο κάτω πέλμα του μέσου της

Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τις προσομοιώσεις, έδειξαν ότι όσον αφορά την αντοχή έναντι διαρροής, εκείνη μειώνεται, ενώ η κατανομή των ορθών τάσεων παίρνει παραβολική μορφή σε αντίθεση με τη γραμμική που υφίσταται η κρίσιμη διατομή όταν συμπεριφέρεται ελαστικά. Αξίζει σε αυτό το σημείο να αναφερθεί το γεγονός, ότι τα διάφορα μήκη και πάχη της ατέλειας επιλέχθηκαν με βάση τα όρια

ανίχνευσης που επιτρέπει η τεχνογνωσία. Έτσι, επιλέχθηκαν γεωμετρίες οι οποίες δεν μπορούν να ανιχνευθούν από όργανα που θα καθιστούσαν προφανώς τη δοκό ακατάλληλη εξαρχής.

3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Η συγκεκριμένη έρευνα έγινε με τη χρήση του προγράμματος ABAQUS, χρησιμοποιώντας πεπερασμένα στοιχεία συμπαγούς μορφής με είκοσι κόμβους (C3D20R). Η διάταξη του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων έγινε σύμφωνα με τις ανάγκες του προβλήματος. Έγινε δηλαδή πύκνωση του καννάβου στην κρίσιμη διατομή του μέσου της δοκού (Φωτ. 3).



Φωτ. 3: Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων C3D20R

Όσον αφορά τις συνθήκες στήριξης του δοκιμίου στα άκρα του, εφαρμόστηκε δέσμευση των κατακόρυφων βυθίσεων, (παράλληλες στη φόρτιση) ώστε να λειτουργούν ως κυλίσεις.

Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε είναι δομικός χάλυβας Fe 510 με μέτρο Ελαστικότητας 210000 MPa και λόγο Poisson 0.30. Όσον αφορά τη μηχανική συμπεριφορά του υλικού και για την ορθή περιγραφή του διαγράμματος τάσεων – παραμορφώσεων, αυτή ορίστηκε αρχικά ως γραμμικά ελαστική και ακολούθως πλαστική σύμφωνα με τα συνήθη όρια αναλογίας, διαρροής και θραύσης του Fe 510. Η καταπόνηση του δοκιμίου έγινε με δύο μεθόδους. Στην πρώτη περίπτωση επιβλήθηκε φορτίο στο μέσον της δοκού, το οποίο αύξανε με σταθερό ρυθμό μέχρι την τάση διαρροής. Στη δεύτερη, εφαρμόστηκε εξαναγκασμένη μετατόπιση, όπου και σε αυτή τη μέθοδο αύξανε προοδευτικά μέχρι τη διαρροή.

Η συγκεκριμένη καταπόνηση εφαρμόστηκε αρχικά στην καθαρή δοκό και έπειτα σε αυτή με τη ρωγμή στο κάτω πέλμα του μέσου.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί πως η προσομοίωση της εν λόγω γεωμετρικής ατέλειας δεν έγινε με αφαίρεση υλικού από το κάτω πέλμα, αλλά με απώλεια των δεσμικών συνθηκών στη συγκεκριμένη θέση.

Στον πίνακα που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι διάφοροι όσον αφορά τη γεωμετρία τύποι των μοντέλων που επιλύθηκαν.

Δοκός IPE 300 μήκους 3 m	
Αριθμός δοκιμίου	Μήκος ρωγμής a (mm)
S-01	0
S-02	1
S-03	2.5
S-04	5.0

Πιν. 1: Γεωμετρικές δοκιμίων που αναλύθηκαν

4. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Όσον αφορά τα αποτελέσματα, η παρούσα εργασία επικεντρώθηκε στην εξαγωγή και επεξεργασία των αναπτυσσόμενων ορθών τάσεων στην κρίσιμη διατομή του μέσου της δοκού. Διαπιστώθηκε πως η ύπαρξη της ρωγμής μειώνει την τιμή του φορτίου διαρροής και η κατανομή των ορθών τάσεων παύει να είναι γραμμική και το εφελκόμενο πέλμα αναπτύσσει τάσεις μεγαλύτερες του θλιβόμενου με αποτέλεσμα ο ουδέτερος άξονας να μετατοπίζεται προς τα πάνω. Ακολουθούν για κάθε σειρά δοκιμίων τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από το πρόγραμμα των πεπερασμένων στοιχείων.

4.1 Δοκίμιο S-01

Το συγκεκριμένο δοκίμιο χωρίς αρχική γεωμετρική ατέλεια επιλύθηκε για να αποτελεί το μέτρο σύγκρισης των αποτελεσμάτων που εξήχθησαν για τα υπόλοιπα δοκίμια. Σε πρώτη φάση επιλύθηκε με την Τεχνική Θεωρία της Κάμψης για να βρεθεί το φορτίο διαρροής της δοκού, καθώς και η βύθιση που αντιστοιχεί. Έπειτα έγινε η μοντελοποίησή του στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS-CAE, όπου εφαρμόστηκε προοδευτικά το φορτίο αυτό. Με τον τρόπο αυτό ελέγχθηκε η αξιοπιστία του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων. Η συμπεριφορά του μοντέλου μέχρι τη διαρροή ήταν ταυτόσημη με αυτήν που υποδεικνύει η Τεχνική Θεωρία. Δηλαδή για κρίσιμο φορτίο σχεδιασμού $P_c=263678.22$ N, η ορθή τάση στο κάτω πέλμα της δοκού προσδιορίστηκε στα 355.71 MPa. Ο πίνακας 2 δίνει τις τιμές των ορθών τάσεων στις θέσεις του κάτω πέλματος όπου εμφανίζεται το άκρο της ρωγμής στα υπόλοιπα μοντέλα.

Ορθές τάσεις δοκιμίου S-01	
Απόσταση από την κάτω ίνα του πέλματος (mm)	Τιμή ορθής τάσης σ_x (MPa)
1	352.63
2.5	349.78
5.0	343.17

Πιν. 2: Ορθές τάσεις δοκιμίου S-01

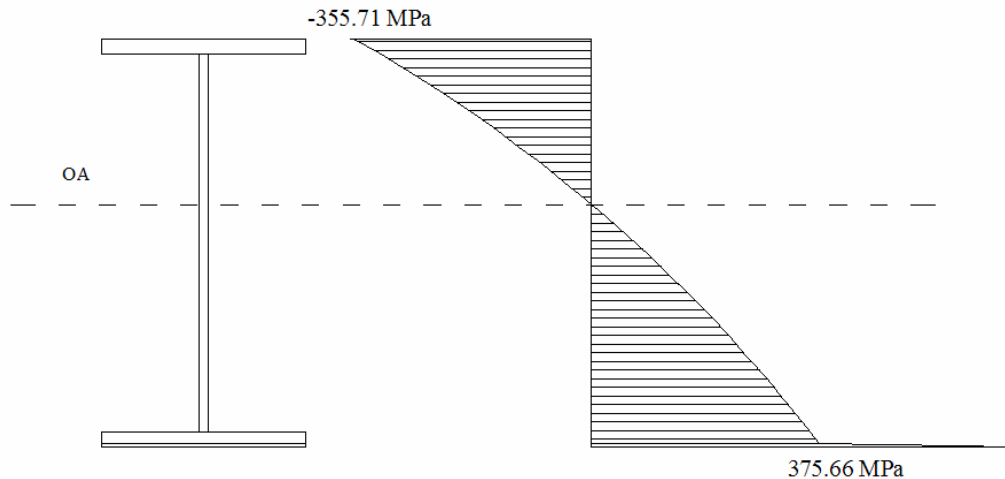
4.2 Δοκίμιο S-02

Η επίλυση του μοντέλου με αρχική γεωμετρική ατέλεια μήκους 1 mm, έδειξε ικανοποιητική συμπεριφορά σε σχέση με το δοκίμιο χωρίς τη γεωμετρική ατέλεια. Η τιμή της ορθής τάσης σε απόσταση 1 mm από την κάτω ίνα του κάτω πέλματος για φορτίο διαρροής αρχικά και για βύθιση διαρροής, είναι 361.13 MPa και 361.94 MPa. Παρατηρήθηκε μία πτώση του ορίου διαρροής κατά 2.4%. Η κατανομή των ορθών τάσεων καθ' ύψος της κρίσιμης διατομής, μπορεί να χαρακτηριστεί ακόμη γραμμική και ως εκ τούτου ο ουδέτερος άξονας δεν μετατοπίζεται παρά μόνο κατά 1.8 mm προς τα πάνω. Η μετατόπιση του ουδέτερου άξονα προφανώς και οφείλεται στην μεγαλύτερη εφελκυστική τάση του αναπτύσσεται στο κάτω πέλμα σε σχέση με την αντίστοιχη του θλιβόμενου.

4.3 Δοκίμιο S-03

Το δοκίμιο S-03 είχε μία ρωγμή μήκους 2.5 mm στο μέσον του κάτω πέλματος. Το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων έδωσε μία ορθή τάση στο μέτωπο της ρωγμής

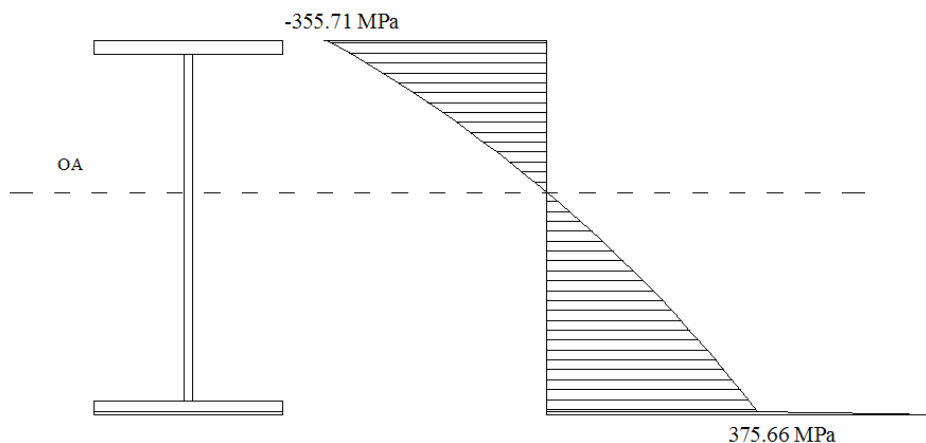
ίση με 375.66 MPa για επιβολή φορτίου διαρροής και 374.92 για την εξαναγκασμένη μετατόπιση διαρροής. Παρατηρήθηκε δηλαδή σε σχέση με το δοκίμιο S-01 πτώση του ορίου διαρροής κατά 7.4 %. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται και η κατανομή των ορθών τάσεων λίγο πριν τη διαρροή, η οποία πλέον δεν είναι γραμμική, αλλά ακολουθεί καμπύλη μορφή. Η μετατόπιση του ουδέτερου άξονα προς τα πάνω είναι κατά 17.52 mm



Σχ. 1: Κατανομή ορθών τάσεων μοντέλου S-03 ($\alpha=2.5$ mm)

4.4 Δοκίμιο S-04

Το μήκος της γεωμετρικής ατέλειας στο συγκεκριμένο δοκίμιο φτάνει τα 5 mm. Το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων έδειξε πτώση του ορίου διαρροής κατά 12.82%. Η ορθή τάση που εμφανίζεται στο μέτωπο της ρωγμής, είναι 387.16 MPa. Σε αυτήν την περίπτωση, η καμπύλη κατανομή γίνεται όλο και πιο εμφανής και ο ουδέτερος άξονας μετατοπίζεται προς το θλιβόμενο πέλμα κατά 19.34mm (φωτ. 5)



Σχ. 2: Κατανομή ορθών τάσεων μοντέλου S-04 ($\alpha=5$ mm)

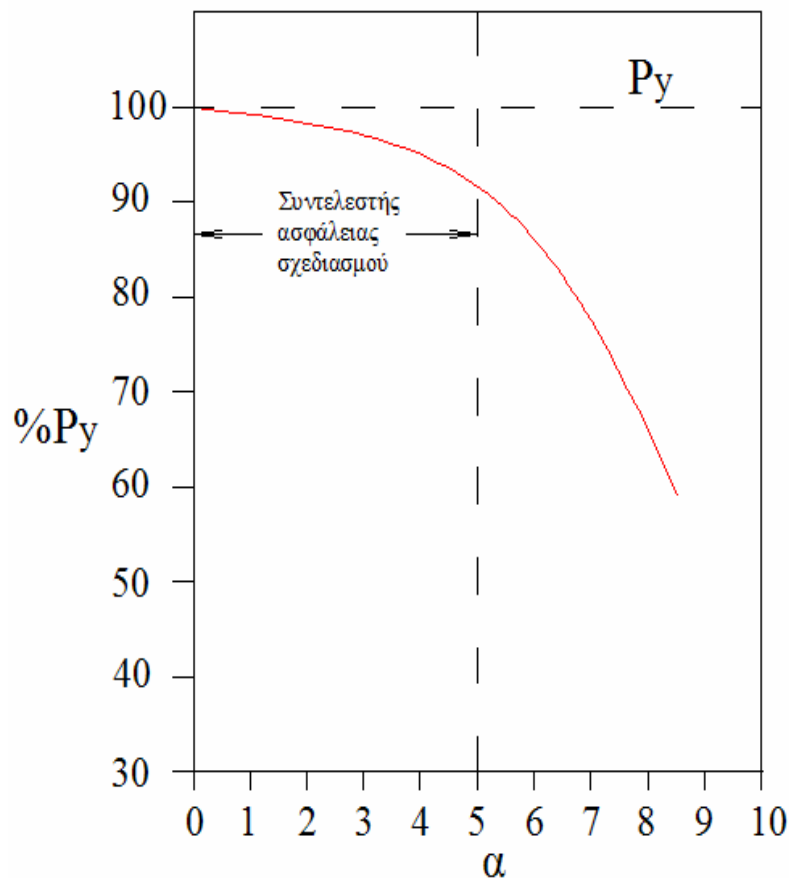
5. Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω, διαπιστώνει κανείς πως η ύπαρξη μιας γεωμετρικής ατέλειας σε ένα δομικό στοιχείο με τη μορφή ρωγμής, επηρεάζει την αντοχή του και την εν γένει συμπεριφορά του. Η ρωγμή αυτή μπορεί να εμφανιστεί είτε λόγω κατασκευαστικής ατέλειας, είτε κατά τη λειτουργία της κατασκευής. Η κατάσταση

αυτή μπορεί να είναι υποκρίσιμη, αλλά κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες (π.χ. Κόπωση), μπορεί να αποβεί μοιραία για την κατασκευή.

Όλες οι αναλύσεις των μοντέλων έδειξαν μια πτώση της αντοχής της δοκού σε επίπεδο διαρροής και παρατηρήθηκε μάλιστα μια αρκετά σημαντική μετατόπιση του ουδέτερου άξονα της διατομής προς το θλιβόμενο πέλμα. Ο λόγος δεν ήταν μόνο γιατί κοντά στο μέτωπο της ρωγμής κυριαρχούν συνθήκες απειρισμού των τάσεων (σε σχέση με τις αναπτυσσόμενες τάσεις που θα έπρεπε να υφίστανται), αλλά και γιατί η κατανομή παύει να είναι γραμμική και παίρνει καμπύλη μορφή.

Όσον αφορά το φορτίο διαρροής της δοκού, αποτελεί μια φθίνουσα συνάρτηση του μήκους της ρωγμής. Μάλιστα μπορεί να προσδιοριστεί σαν αρχικό κρίσιμο μήκος στο οποίο το φορτίο διαρροής είναι αισθητά μικρότερο από το αντίστοιχο της «τέλειας» δοκού, το μήκος των 5 mm, όπως φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Σχ. 3: Διάγραμμα συνάρτησης φορτίου διαρροής και μήκους ρωγμής στο κάτω πέλμα του μέσου της δοκού

Το πλέον όμως κρίσιμο ερώτημα που ανακύπτει από τη συμπεριφορά αυτή, είναι τελικά ποιο είναι το κρίσιμο μήκος αυτής της γεωμετρικής ατέλειας, ώστε να παρουσιαστεί μια οποιαδήποτε επικίνδυνη κατάσταση για τη δοκό. Διότι μπορεί πολύ σωστά να θεωρείται ότι μια πτώση του ορίου διαρροής περί το 10% (για $\alpha=5$ mm), ότι καλύπτεται από τους συντελεστές ασφάλειας, όμως το «φιλότιμο» που έχει επιδείξει το υλικό, δεν αποκλείει, μια ρωγμή μήκους 1 mm, να εκκινήσει διάδοση και να φτάσει στο κρίσιμο μήκος των 5 mm.

Σύμφωνα λοιπόν με το κριτήριο του συντελεστή δυσθραυστότητας K_{Ic} , προκύπτουν εξίσου ενδιαφέροντα αποτελέσματα. Για τον χάλυβα που χρησιμοποιήθηκε, η τιμή του συντελεστή δυσθραυστότητας είναι $4743.42 \text{ Nmm}^{-3/2}$. Το κριτήριο της

Μηχανικής της Θραύσης ορίζει σαν συνθήκη έναρξης της διάδοσης μιας ρωγμής την κάτωθι ανίσωση

$$K_I > K_{Ic} \quad (1)$$

Όταν λοιπόν ο συντελεστής έντασης της τάσης K_I ο οποίος είναι συνάρτηση της φόρτισης και της γεωμετρίας (τύπος διατομής, διαστάσεις, μήκος γεωμετρικής ατέλειας), ξεπεράσει την τιμή του K_{Ic} , τότε η ρωγμή θα ξεκινήσει να διαδίδεται. Στον πίνακα (3) παρατίθενται οι τιμές του συντελεστή έντασης των τάσεων για τα μοντέλα που επιλύθηκαν.

Συντελεστής Έντασης των Τάσεων K_I	
Αριθμός δοκιμίου	K_I (Nmm ^{-3/2})
S-02	2935.66
S-03	3815.72
S-04	4952.34

Πιν. 3: Τιμές K_I για φορτίο διαρροής P_y

Όπως εύκολα καταλαβαίνει κανείς, σύμφωνα με το παραπάνω κριτήριο το κρίσιμο αρχικό μήκος ρωγμής που προκύπτει για $K_I = K_{Ic}$, είναι ίσο με είναι 4.96 mm, αφού σε αυτό το μήκος η τιμή του K_I , ξεπερνά αυτήν του K_{Ic} και σημαίνει αυτόματα την έναρξη της διάδοσης της ρωγμής με αποτέλεσμα την αστοχία της δοκού.

Ολοκληρώνοντας λοιπόν, προκύπτει το εξής συμπέρασμα: Για τον συγκεκριμένο τύπο φόρτισης μέχρι τη διαρροή, το κριτήριο της Μηχανικής της Θραύσης δίνει τα ίδια αποτελέσματα, σε σχέση με το κριτήριο της κλασσικής θεωρίας. Το κρίσιμο μήκος ρωγμής προσδιορίστηκε και με τα δύο κριτήρια στα 5 mm, όπου η αντοχή της δοκού πέφτει απότομα και σηματοδοτείται από έναρξη διάδοσης της ρωγμής. Για μήκη μικρότερα των 5 mm, η διατομή διαρρέει γρηγορότερα μεν (βλ. παράγραφο 4), αλλά η ρωγμή δεν διαδίδεται. Τέλος, επειδή η διάδοση της ρωγμής είναι συνυφασμένη με την ψαθυρή θραύση, αξίζει να σημειωθεί πως η ύπαρξή της δε σημαίνει μόνο πτώση της αντοχής της δοκού έναντι διαρροής, αλλά και την αλλαγή της μορφής αστοχίας της δοκού, η οποία από ελεγχόμενα πλαστική, γίνεται ψαθυρή .

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Eurocode 3, “Design of Steel Structures” – Part 1-1, “General Rules and Rules for Buildings
- [2] Gdoutos, E.E, “Fracture Mechanics”, Kluwer Publishers, 1993
- [3] Zacharopoulos, D.A., “Stability Analysis of Crack Path Using the Strain Energy Density Theory”, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 41, 2004, pp. 327-337

THEORETICAL APPROACH OF STEEL BEAM STRENGTH WITH A GENERATED FLAW (CRACK) BY USING THE FINITE ELEMENT METHOD (FEM)

C. E. Sofias

PhD Student, MSc Civil Engineer
Laboratory of Mechanics
School of Engineering, D.U.T.H.
csofias@komvosstr.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ E.D. Mokali

Civil Engineer
Laboratory of Mechanics
School of Engineering, D.U.T.H.
mokalielli@gmail.com

D.A. Zacharopoulos

Professor
Laboratory of Mechanics
School of Engineering, D.U.T.H.
dzachar@civil.duth.gr

SUMMARY

Fracture Mechanics was born and grown up in the 20th century. Its major success, was the theoretical explanation of crack initiation and propagation in several types of materials, under various loading and specifically, the fatigue phenomenon approach. Drastic decrease of mass destruction in hi-tech structures, such as bridges, high speed vehicles and aeroplanes, is an “act-confirmation” of the positive results that Fracture Mechanics has given, via its design theories, but most of all, its control and intervention methods.

The present paper deals with the theoretical determination of the behaviour of a steel beam, where a generalised geometrical flaw (crack) is installed and compares its stress field with the same of the perfect beam. The paper's cause is to examine the rate of influence of that flaw, in terms of strength and general behaviour of the specific steel member.

It was observed, that this geometric flaw existence affects the behaviour of the steel beam in such a manner that the design failure occurs at a level lower than the yield limit. Further verification of the presented results with experimental tests, is the future target of this paper.