

**ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΣΕ ΡΑΒΔΟΥΣ ΥΠΟ ΜΗ
ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΣΤΡΕΨΗ****Ευάγγελος Ι. Σαπουντζάκης**

Αναπληρωτής Καθηγητής

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, Αθήνα 15780, Ελλάδα

e-mail: cvsapoun@central.ntua.gr**Βασίλειος Ι. Τσίπρας**

Υποψήφιος Διδάκτορας

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, Αθήνα 15780, Ελλάδα

e-mail: tsipiras@gmail.com**1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στην παρούσα εργασία, διερευνώνται τα όρια αξιόπιστης χρήσης της θεωρίας λεπτότοιχων διατομών (θεωρία Vlasov) σε ράβδους που υποβάλλονται σε μη γραμμική ελαστοπλαστική ομοιόμορφη στρέψη. Εκκινώντας από την κλασική τρισδιάστατη θεωρία πλαστικότητας και με θεώρηση μεγάλων γωνιών στροφής, μορφώνονται οι κυρίαρχες εξισώσεις ισοροπίας δοκού καθώς κι ένα πρόβλημα συνοριακών τιμών αναφορικά με την πρωτογενή συνάρτηση στρέβλωσης, με την οποία προσδιορίζονται οι μετατοπίσεις κατά τη διαμήκη έννοια της δοκού. Το πρόβλημα επιλύεται αριθμητικά με τη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων (BEM). Η αναπτυχθείσα μεθοδολογία είναι «ακριβής» και δεν υπόκειται στις παραδοχές και τους περιορισμούς της θεωρίας λεπτότοιχων διατομών. Έτσι, για διάφορους τύπους διατομών, από την επίλυση με τη βοήθεια της προαναφερθείσης αριθμητικής μεθόδου διαπιστώνονται τα όρια διακύμανσης του σφάλματος που προκύπτει από τη χρήση της θεωρίας λεπτότοιχων διατομών για διάφορα μεγέθη όπως η στρεπτική σταθερά, η πλήρως πλαστική ροπή κλπ.. Εκτελούνται τόσο γεωμετρικά γραμμικές όσο και μη γραμμικές αναλύσεις και με βάση τα αποτελέσματα, προτείνονται τα όρια αξιοπιστίας της θεωρίας Vlasov για χαρακτηριστικά μεγέθη ιδιαίτερου πρακτικού ενδιαφέροντος.

2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο ελαστικός σχεδιασμός ράβδων που υποβάλλονται σε στρεπτική φόρτιση συνήθως είναι συντηρητικός λόγω της σημαντικής διαφοράς στο φορτίο που μπορεί να αναληφθεί μεταξύ της πρώτης διαρροής και της πλήρους πλαστικοποίησης. Στους περισσότερους κανονισμούς Μεταλλικών Κατασκευών Πολιτικού Μηχανικού κάτι τέτοιο λαμβάνεται υπόψιν αφού, αφενός ο ελαστικός σχεδιασμός επιτρέπεται να γίνει με την παραδοχή περιορισμένης ανακατανομής της έντασης εντός των πλακοειδών στοιχείων που

συνθέτουν τη λεπτότοιχη μεταλλική διατομή, αφετέρου επιτρέπεται ο πλαστικός σχεδιασμός μελών που υποβάλλονται σε άμεση στρέψη, δηλαδή σε μέλη όπου η στρεπτική αντίσταση είναι απαραίτητο να εκδηλωθεί για την επίτευξη ισοροπίας.

Παρότι οι κανονιστικές διατάξεις δίνουν επαρκείς κατευθύνσεις για την εύρεση της ελαστικής και πλήρους πλαστικής στρεπτικής αντίστασης, η βιβλιογραφία είναι περιορισμένη σχετικά με την εύρεση της μετελαστικής καμπύλης φορτίου – μετατόπισης μελών υποβαλλόμενων σε στρέψη η οποία είναι απαραίτητη για εκτέλεση ελέγχων λειτουργικότητας, έλεγχο υφιστάμενων κατασκευών κλπ... Επιπρόσθετα, η μελετητική πρακτική συχνά επιβάλλει τη χρήση ανοικτών λεπτότοιχων διατομών που διαθέτουν πολύ μικρή στρεπτική δυσκαμψία και συνεπώς αναπτύσσουν μεγάλες γωνίες στροφής μέχρι την αστοχία, με αποτέλεσμα να μην είναι ρεαλιστική η γεωμετρικά γραμμική ανάλυση στην οποία βασίζονται οι περισσότεροι κανονισμοί αναφορικά με τη στρέψη.

Η ομοιόμορφη στρέψη προκύπτει από την επιβολή δύο ισόποσων στρεπτικών ροπών στα άκρα της δοκού με την ταυτόχρονη απαίτηση να μην παρεμποδίζεται η αναπτυσσόμενη στρέβλωση των διατομών (στρέψη St. Venant). Αν και η ομοιόμορφη στρέψη απαντάται σπάνια στην πράξη, αποτελεί ένα μέρος του ολικού στρεπτικού φορτίου που αναλαμβάνεται από μια δοκό υπό τυχούσα στρεπτική φόρτιση και συνοριακές συνθήκες με το άλλο μέρος να είναι η στρέψη λόγω στρέβλωσης. Εξάλλου, στον Ευρωκώδικα 3 προτείνεται απλοποιητικά οι κλειστές διατομές να μελετώνται αποκλειστικά σε ομοιόμορφη στρέψη αγνοώντας τα φαινόμενα στρέβλωσης.

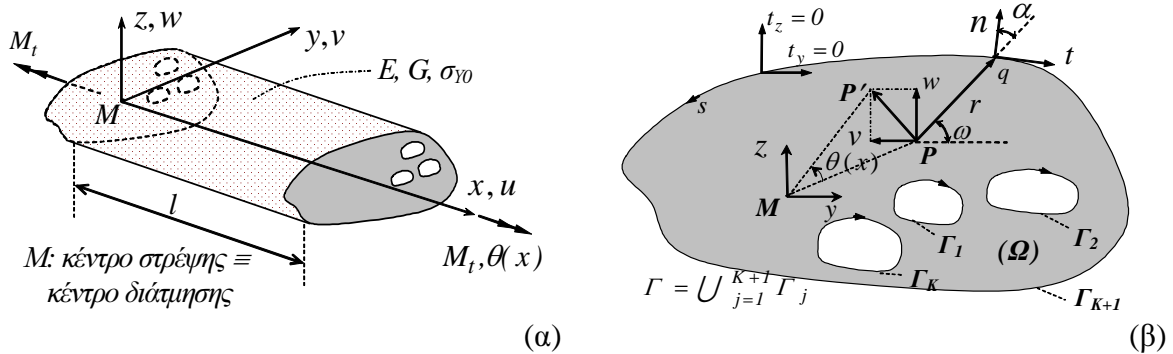
Στην παρούσα εργασία, διερευνάται η αξιοπιστία της θεωρίας λεπτότοιχων διατομών - στην οποία βασίζονται συνήθως οι κανονισμοί Μεταλλικών Κατασκευών- σε μέλη που υποβάλλονται σε ομοιόμορφη στρέψη. Η διατύπωση του προβλήματος είναι «ακριβής» χωρίς τις παραδοχές της προαναφερθείσης θεωρίας και λαμβάνονται υπόψιν τόσο οι υλικές όσο και οι γεωμετρικές μη γραμμικότητες. Με την ανάλυση αριθμητικών παραδειγμάτων προσδιορίζεται το σφάλμα της θεωρίας Vlasov για χαρακτηριστικά μεγέθη ιδιαίτερου πρακτικού ενδιαφέροντος.

3. ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Θεωρούμε ευθύγραμμη, πρισματική, ομογενή ράβδο, τυχούσας διατομής που καταλαμβάνει το χωρίο Ω απλής ή πολλαπλής συνοχής του επιπέδου y, z και περικλείεται από τις $K + 1$ τμηματικώς λείες καμπύλες Γ_i ($i=0, 1, \dots, K$) (Σχ. 1). Το υλικό είναι ελαστοπλαστικό (με ή χωρίς κράτυνση) με μέτρα ελαστικότητας και διάτμησης E, G αντίστοιχα και (αρχική) τάση διαρροής σ_{Y0} . Η ράβδος υποβάλλεται σε δύο ισόποσες στρεπτικές ροπές στα άκρα της ενώ η αναπτυσσόμενη στρέβλωση δεν παρεμποδίζεται. Υπό αυτές τις συνθήκες η γωνία στροφής ανά μονάδα μήκους της ράβδου $\theta'(x)$ (συστροφή) διατηρείται σταθερή και η στρεπτική φόρτιση χαρακτηρίζεται ως ομοιόμορφη. Με τη θεώρηση μεγάλων γωνιών στροφής, το πρόβλημα περιγράφεται από το πεδίο μετατοπίσεων

$$u = u_s(x) + \theta' \cdot \phi_M^P(y, z) \quad v = -z \cdot \sin \theta - y \cdot (1 - \cos \theta) \quad w = y \cdot \sin \theta - z \cdot (1 - \cos \theta) \quad (1\alpha, \beta, \gamma)$$

στο οποίο εισάγεται απαραίτητως η αξονική βράχυνση της ράβδου $u_s(x)$ (με $u_s' = \text{σταθ.}$) προκειμένου να μην ασκηθεί στο μέλος παρασιτική αξονική δύναμη, ενώ ϕ_M^P είναι η πρωτογενής συνάρτηση στρέβλωσης του προβλήματος ως προς το κέντρο στρέψης M της διατομής [1]. Σημειώνεται ότι η αξονική βράχυνση μηδενίζεται στην περίπτωση όπου εκτελείται ανάλυση μικρών μετατοπίσεων (μικρών γωνιών στροφής).



Σχ. 1: Πρισματική ράβδος υποβαλλόμενη σε στρεπτική ροπή (α) με διατομή τυχόντος σχήματος (β)

Με θεώρηση των μη γραμμικών σχέσεων παραμορφώσεων - μετατοπίσεων (παραμορφώσεις Green) και των σχέσεων τάσεων - παραμορφώσεων, που μορφώνονται με τη βοήθεια της κλασικής θεωρίας πλαστικότητας, προσδιορίζονται οι προσαυξητικές συνιστώσες του 2ου τανυστή τάσεως Piola - Kirchhoff ΔS_{xx} , ΔS_{xy} , ΔS_{xz} [2] οι οποίες εισάγονται στην πρώτη διαφορική εξίσωση ισορροπίας

$$\frac{\partial \Delta S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta S_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta S_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

που εκφράζει την ισορροπία στοιχειώδους υλικού σημείου κατά τη διαμήκη έννοια της ράβδου. Από την εξ. (2) μορφώνεται το πρόβλημα συνοριακών τιμών στο επίπεδο y, z

$$\nabla^2 \phi_M^P = \frac{l}{\Delta \theta'} \cdot \left(\frac{\partial \Delta \gamma_{xy}^{pl}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \gamma_{xz}^{pl}}{\partial z} \right) \text{ στο χωρίο } \Omega \quad (3\alpha)$$

$$\frac{\partial \phi_M^P}{\partial n} = \left(\frac{\Delta \gamma_{xy}^{pl}}{\Delta \theta'} + z \right) \cdot n_y + \left(\frac{\Delta \gamma_{xz}^{pl}}{\Delta \theta'} - y \right) \cdot n_z \text{ στο σύνορο } \Gamma \quad (3\beta)$$

μέσω του οποίου υπολογίζεται η ϕ_M^P . Στις παραπάνω σχέσεις, $\Delta \gamma_{xy}^{pl}$ και $\Delta \gamma_{xz}^{pl}$ είναι οι προσαυξητικές πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις οι οποίες μηδενίζονται στο τμήμα του χωρίου όπου δεν έχει πλαστικοποιηθεί και στην περίπτωση όπου εκτελείται ελαστική ανάλυση στη δοκό.

Κάνοντας χρήση της ενεργειακής αρχής των δυνατών έργων [2], μορφώνουμε δύο εξισώσεις ισορροπίας σε επίπεδο ράβδου με τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε τους

εναπομείναντες αγνώστους θ' , u_s' του προβλήματος. Στα πλαίσια των μικρών μετατοπίσεων, μορφώνεται μόνο μία εξίσωση ισοροπίας

$$GI_t \cdot \Delta\theta' = M_t - S_{M_t} \quad (4)$$

με την οποία μπορεί να υπολογιστεί η συστροφή θ' ($u_s' = 0$). Στην παραπάνω σχέση, M_t είναι η εξωτερικά επιβαλλόμενη στρεπτική ροπή, S_{M_t} η εσωτερική στρεπτική δράση που προκύπτει ως εντατικό μέγεθος των διατμητικών τάσεων που αναπτύσσονται στη διατομή και I_t είναι η στρεπτική σταθερά (St. Venant torsion constant) που δίνεται ως

$$I_t = \int_{\Omega} \left(y^2 + z^2 + y \cdot \frac{\partial \phi_M^P}{\partial z} - z \cdot \frac{\partial \phi_M^P}{\partial y} \right) d\Omega \quad (5)$$

Στη θεωρία λεπτότοιχων διατομών, η στρεπτική σταθερά δίνεται από τον πρώτο και δεύτερο τύπο του Bredt

$$I_t = 4A_0^2 \int_{\Gamma} \frac{ds}{t} \quad I_t = \frac{1}{3} \cdot \sum_i b_i t_i^3 \quad (6\alpha, \beta)$$

που εφαρμόζονται για ανοικτές και κλειστές διατομές αντίστοιχα. Στην εξ. (6α), A_0 είναι το εμβαδόν που περικλείεται από τη μέση γραμμή των τοιχωμάτων που συνθέτουν την κλειστή διατομή ενώ στην εξ. (6β), b_i και t_i είναι το μήκος και το πάχος αντίστοιχα του τυχόντος πλακοειδούς στοιχείου i της ανοιχτής διατομής. Στις κλειστές διατομές η σταθερά I_t προκύπτει με την παραδοχή σταθερής ομοιόμορφης κατανομής διατμητικών τάσεων κατά μήκος του κάθε τοιχώματος ενώ στις ανοιχτές διατομές με θεώρηση τριγωνικής κατανομής (μηδενική τάση στο μέσον και μέγιστη στα άκρα εντός του κάθε τοιχώματος). Τονίζεται ότι στα πλακοειδή στοιχεία που συνθέτουν μια ανοιχτή διατομή, οι τάσεις που αναπτύσσονται στις μικρές πλευρές δεν αγνοούνται στον υπολογισμό της I_t , καθώς δρουν με πολύ μεγαλύτερο μοχλοβραχίονα συγκριτικά με τις τάσεις των μεγαλύτερων πλευρών.

Για την εύρεση της πλήρως πλαστικής ροπής ανοιχτών διατομών στην περίπτωση των μικρών μετατοπίσεων, έχει προταθεί η σχέση [3]

$$M_t^{pl} = \sum_i M_t^{pl},i \quad (7)$$

όπου $M_t^{pl},i = (\sigma_Y / \sqrt{3}) \cdot \left[(1/2) \cdot b_i \cdot t_i^2 \right]$ η πλήρως πλαστική ροπή του πλακοειδούς στοιχείου i . Η ως άνω σχέση προκύπτει με προσεγγιστική θεώρηση για τη μέγιστη ροπή που μπορεί να αναλάβει το κάθε πλακοειδές στοιχείο της διατομής και δε λαμβάνει υπόψιν τη μεταβολή της κατανομής τάσεων στις ενώσεις κορμού - πελμάτων. Στην εργασία [4] προτείνεται το “mitre model” για τη βελτίωση της κατανομής των διατμητικών τάσεων σε συμμετρικά διπλά ταυ που υπόκεινται σε ελαστοπλαστική ομοιόμορφη στρέψη μικρών

γωνιών στροφής. Εξάλλου, στην ελαστική ανάλυση εισάγεται σφάλμα λόγω του προσεγγιστικού υπολογισμού της στρεπτικής σταθεράς I_t .

4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η αριθμητική επίλυση του προβλήματος συνοριακών τιμών (3α,β) πραγματοποιείται με τη Μέθοδο Συνοριακών Στοιχείων (BEM), ενώ η γραμμικοποίηση και η επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας σε επίπεδο ράβδου πραγματοποιείται με προσαυξητικό - επαναληπτικό αλγόριθμο. Η πλήρης διατύπωση της αριθμητικής αντιμετώπισης του προβλήματος βρίσκεται στην εργασία [2].

5. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Προκειμένου να προσδιοριστεί η διακύμανση του σφάλματος της θεωρίας λεπτότοιχων διατομών (ΘΛΔ) μελετήθηκε ράβδος σε ομοιόμορφη στρέψη με τρεις διαφορετικές διατομές. Το υλικό είναι ελαστικό – απολύτως πλαστικό με σταθερές $E = 2,134 \times 10^8 \text{ kN} / \text{m}^2$, $G = 8,0 \times 10^7 \text{ kN} / \text{m}^2$, $\sigma_Y = 2,85 \times 10^5 \text{ kN} / \text{m}^2$. Οι διατομές της ράβδου είναι μορφής συμμετρικού διπλού ταυ με διαφορετικά πάχη πλακοειδών στοιχείων (διατομή 1: πλάτος πελμάτων $b_f = 0,85 \text{ m}$, συνολικό ύψος $h = 0,85 \text{ m}$, πάχος πελμάτων $t_f = 0,25 \text{ m}$, πάχος κορμού $t_w = 0,1875 \text{ m}$, διατομή 2: $b_f = h = 1,00 \text{ m}$, $t_f = 0,20 \text{ m}$, $t_w = 0,15 \text{ m}$, διατομή 3: $b_f = h = 1,27 \text{ m}$, $t_f = 0,15 \text{ m}$, $t_w = 0,1125 \text{ m}$) και κοινό εμβαδόν $A = 0,49 \text{ m}^2$, προκειμένου να είναι άμεση η μεταξύ τους σύγκριση. Στον πίνακα 1 παρουσιάζεται η στρεπτική σταθερά I_t που προέκυψε από την ελαστική ανάλυση μελών με εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου και της θεωρίας Vlasov. Παρατηρούμε την αύξηση του σφάλματος όσο αυξάνονται τα πάχη των πελμάτων και του κορμού. Επίσης στις δύο πρώτες διατομές ο σχεδιασμός με βάση τη ΘΛΔ δεν θα είναι υπέρ της ασφαλείας, αφού η στρεπτική σταθερά είναι μεγαλύτερη από την «ακριβή».

| Διατομή | Παρούσα μέθοδος | ΘΛΔ | Διαφορά(%) |
|-----------|-----------------|-------|------------|
| Διατομή 1 | 9,166 | 9,623 | 4,99 |
| Διατομή 2 | 5,870 | 6,008 | 2,36 |
| Διατομή 3 | 3,377 | 3,318 | 1,78 |

Πιν. 1: Στρεπτική σταθερά I_t ($\times 10^{-3} \text{ m}^4$) των 3 διατομών με εφαρμογή της παρούσας μεθόδου και της θεωρίας λεπτότοιχων διατομών.

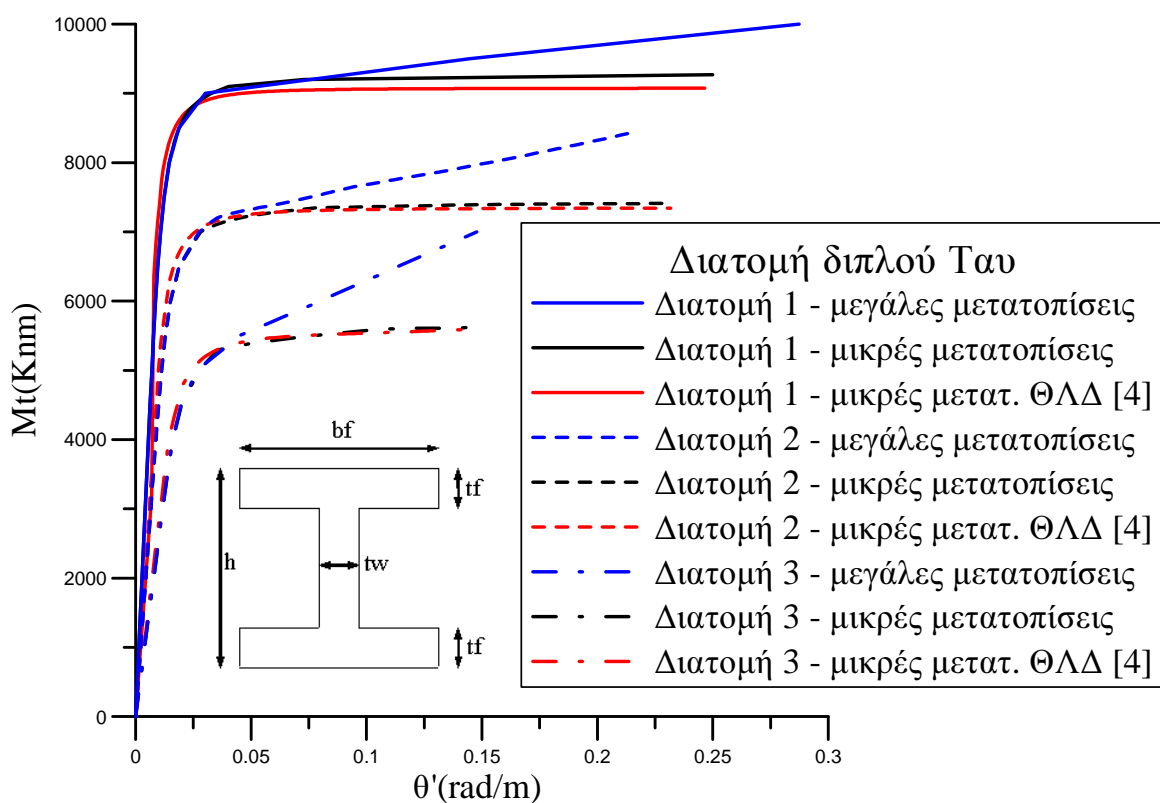
Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται οι πλήρως πλαστικές ροπές M_t^{pl} των διατομών, στην περίπτωση της ελαστοπλαστικής ανάλυσης μικρών μετατοπίσεων, με εφαρμογή της εξ. (7), του τύπου

$$M_t^{pl} = \left[b \cdot t_f^2 \left(1 - \frac{3t_f}{b} \right) + (h - 2t_f) \cdot \frac{t_w^2}{2} + \frac{t_w^3}{6} \right] \cdot \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

που προτείνεται στην εργασία [4] και της παρούσας μεθόδου. Σημειώνουμε ότι τα αποτελέσματα της εξ. (8) είναι πιο κοντά στα αντίστοιχα της προτεινόμενης μεθόδου και γενικά δίνουν πιο συντηρητικές εκτιμήσεις της πλήρως πλαστικής ροπής συγκριτικά με τα αποτελέσματα της εξ. (7).

| Διατομή | Παρούσα μέθοδος | Εξ. (7) [3] | Εξ. (8) [4] |
|-----------|-----------------|-------------|-------------|
| Διατομή 1 | 9.291,1 | 9.753,8 | 9.077,6 |
| Διατομή 2 | 7.412,1 | 7.346,2 | 7.692,5 |
| Διατομή 3 | 5.621,9 | 5.711,9 | 5.565,8 |

Πιν. 2: Πλήρως πλαστική ροπή M_t^{pl} (kNm) των 3 διατομών στην περίπτωση μικρών μετατοπίσεων, με εφαρμογή της παρούσας μεθόδου και των εξ. (7) και (8).



Σχ. 2: Καμπύλες φορτίου – μετατόπισης των τριών διατομών για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ανάλυσης

Στο σχήμα 2 παρουσιάζονται οι καμπύλες φορτίου – μετατόπισης των τριών διατομών για τις περιπτώσεις ανάλυσης τόσο των μεγάλων όσο και των μικρών γωνιών στροφής της παρούσας μεθόδου καθώς και των μικρών γωνιών στροφής της θεωρίας λεπτότοιχων

διατομών που προτείνεται στην εργασία [4]. Συμπεραίνουμε ότι κατά την επέκταση της θεωρίας λεπτότοιχων διατομών στην πλαστικότητα, η ροπή κατά την οποία προκαλείται αρχική διαρροή στη ράβδο υπερεκτιμάται, ενώ υποεκτιμάται η μέγιστη πλαστική ροπή που μπορεί να αναληφθεί. Επίσης, παρατηρούμε ότι στο πιο ρεαλιστικό προσομοίωμα των μεγάλων γωνιών στροφής, ο μετελαστικός κλάδος φορτίου – μετατόπισης δεν καταλήγει ασυμπτωτικά σε κάποια συγκεκριμένη τιμή, γεγονός που υποδεικνύει ότι το μέλος δε φτάνει σε κάποια μέγιστη τιμή στρεπτικής ροπής. Συνεπώς, ο μηχανισμός αστοχίας του μέλους θα είναι διαφορετικός από αυτόν της πλαστικής κατάρρευσης (περίπτωση μικρών γωνιών στροφής) και ότι ο σχεδιασμός με βάση το προσομοίωμα των μικρών μετατοπίσεων είναι συντηρητικός και ως προς τη λειτουργικότητα και ως προς την αντοχή. Τέλος, όπως αναμέναμε, διακρίνουμε ότι η γεωμετρική μη γραμμικότητα είναι εντονότερη στις πιο λεπτότοιχες διατομές.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- i. Η θεωρία λεπτότοιχων διατομών δίδει ικανοποιητικά αποτελέσματα μόνο σε πολύ λεπτότοιχες διατομές, κατά την ελαστική ανάλυση μελών (υπολογισμός στρεπτικής σταθεράς I_t).
- ii. Η επέκταση της θεωρίας Vlasov στην πλαστική ανάλυση μικρών μετατοπίσεων οδηγεί σε σφάλματα ως προς την εύρεση του μετελαστικού κλάδου φορτίου – μετατόπισης. Το σφάλμα αυτό μικραίνει με τη μείωση του πάχους των πλακοειδών στοιχείων της διατομής.
- iii. Η σταδιακή πλαστικοποίηση της διατομής οδηγεί σε αύξηση των γωνιών στροφής που βελτιώνουν τη στρεπτική συμπεριφορά (λειτουργικότητα και αντοχή) και μεταβάλλουν το μηχανισμό αστοχίας της ράβδου. Ο σχεδιασμός με βάση τη μέγιστη πλαστική ροπή που προτείνουν οι κανονισμοί είναι συντηρητικός.

7. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] SAPOUNTZAKIS E.J. and MOKOS V.G. “Warping Shear Stresses in Nonuniform Torsion by BEM”, *Computational Mechanics*, Vol. 30, No. 2, 2003, pp. 131-142.
- [2] SAPOUNTZAKIS E.J. and TSIPIRAS V.J. “Nonlinear Inelastic Uniform Torsion of Bars by BEM”, *Computational Mechanics*, Vol. 42, No. 1, 2008, pp. 77-94.
- [3] ΒΑΓΙΑΣ Ι.Κ. *Σιδηρές Κατασκευές – Ανάλυση και Διαστασιολόγηση*, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα, 2003
- [4] BILLINGHURST A., WILLIAMS I.R.L., CHEN G. and TRAHAIR N.S. “Inelastic Uniform Torsion of Steel Members”, *Computers & Structures*, Vol. 42, No. 6, 1992, pp. 887–894.

**VALIDITY OF THIN TUBE THEORY TO BAPS UNDER NONLINEAR
INELASTIC UNIFORM TORSION****Evangelos J. Sapountzakis**

Associate Professor

School of Civil Engineering, National Technical University of Athens

Zografou Campus, GR-157 80, Athens, Greece

e-mail: cvsapoun@central.ntua.gr**Vasileios J. Tsipiras**

PhD Student

School of Civil Engineering, National Technical University of Athens

Zografou Campus, GR-157 80, Athens, Greece

e-mail: tsipiras@gmail.com**SUMMARY**

In this paper, the limits of reliable use of the thin tube theory (Vlasov's Theory) to bars under nonlinear inelastic uniform torsion are investigated. Starting from the three dimensional classical theory of plasticity and by treating the angles of cross sections' rotation as large, the governing equilibrium beam equations are formulated as well as a boundary value problem with respect to the primary warping function, from which the longitudinal displacements of the beam can be determined. The problem is solved numerically employing the Boundary Element Method (BEM). The presented formulation is "precise" since it does not stand on the assumptions and restrictions of the thin tube theory; thus, for various cross section types, from the solution of the problem using the aforementioned numerical method, the arising error of the thin tube theory to the St. Venant torsion constant, the ultimate plastic torque etc. is determined. Both geometrically linear and nonlinear analyses are executed. From the obtained results, the range of validity of Vlasov's theory is suggested for characteristic quantities of great practical interest.