

## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΣΥΜΜΙΚΤΩΝ ΤΟΙΧΙΩΝ ΑΠΟ ΩΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ ΚΑΙ ΔΟΜΙΚΟ ΧΑΛΥΒΑ

**Άρης Ηλιόπουλος**  
Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ  
Διδάκτωρ Ruhr – Uni, Γερμανίας  
e-mail: [iliop78@otenet.gr](mailto:iliop78@otenet.gr)

**Ευθύμιος Νικολάου**  
Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ, MSc.  
e-mail: [mike80@otenet.gr](mailto:mike80@otenet.gr)

**Ιωάννης Βάγιας**  
Καθηγητής ΕΜΠ  
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών ΕΜΠ  
e-mail: [vastahl@central.ntua.gr](mailto:vastahl@central.ntua.gr)

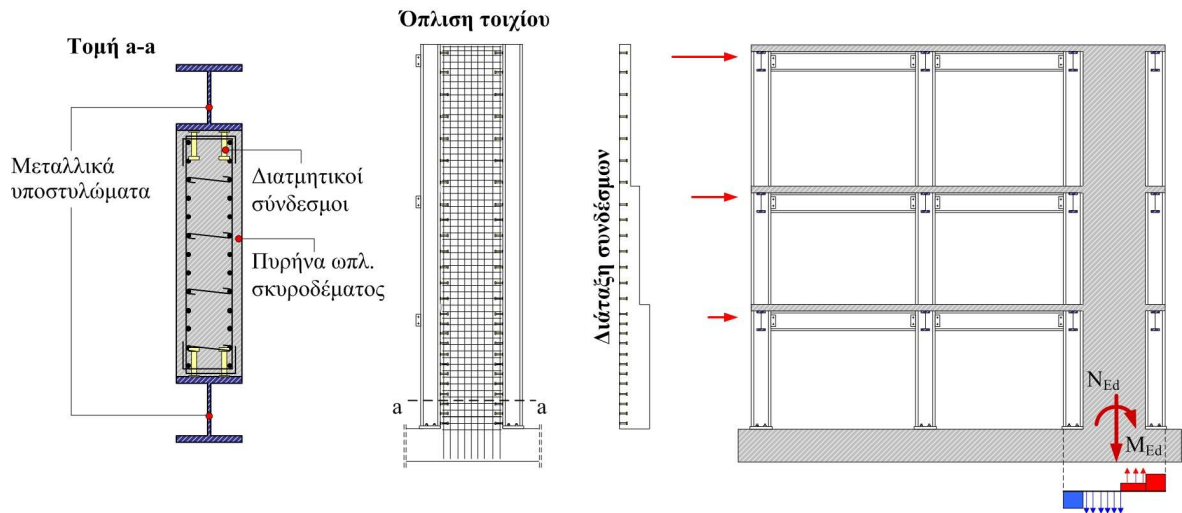
### 1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο συγκεκριμένο άρθρο προτείνονται διαγράμματα αλληλεπίδρασης συμμίκτων τοιχίων από ωπλισμένο σκυρόδεμα και δομικό χάλυβα. Με βάση τον υπολογισμό ανοιγμένων εντατικών μεγεθών για κάμψη και αξονική δύναμη υπολογίζεται το μηχανικό ποσοστό δομικού χάλυβα που απαιτείται για τα ακραία υποστυλώματα του τοιχίου. Η μέθοδος είναι ιδιαίτερα φιλική προς τον μηχανικό της πράξης και συμβαδίζει απόλυτα με τις παραδοχές πλήρους πλαστικοποίησης των υλικών του Ευρωκώδικα 4, Μέρος 1.

### 2. ΓΕΝΙΚΑ

Σύμμικτα τοιχία από ωπλισμένο σκυρόδεμα και δομικό χάλυβα αποτελούν ιδιαίτερα ελκυστικές λύσεις σε περιπτώσεις πολυωρόφων κτιρίων με ισχυρά οριζόντια φορτία. Ο κύριος λόγος είναι ότι τα συνηθισμένα συστήματα δυσκαμψίας (Χ ή Λ) διαθέτουν αρκετά χαμηλότερη αντοχή και δυσκαμψία με συνέπεια να τοποθετούνται σε πολλά σημεία της κατασκευής επιβαρύνοντας έτσι την αρχιτεκτονική διαρύθμιση των κατόψεων.

Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται μια τυπική περίπτωση ενός σύμμικτου τοιχίου με ακραίες κολώνες από χάλυβα και πυρήνα από ωπλισμένο σκυρόδεμα. Η διατμητική σύνδεση των δύο υλικών επιτυγχάνεται εύκολα μέσω ήλων κεφαλής. Μετά το στήσιμο του σκελετού και το σιδέρωμα του τοιχίου ακολουθεί η σκυροδέτηση. Χαρακτηριστικό είναι ότι οι ακραίες κολώνες του τοιχίου διευκολύνουν την σύνδεση αυτού με τον μεταλλικό σκελετό.



Σχ. 1: Εφαρμογή σύμμικτου τοιχίου σε μεταλλικό κτίριο

Ο Ευρωκώδικας 4, Μέρος 1 [1] δυστυχώς δεν καλύπτει τον υπολογισμό συμμίκτων τοιχιών. Αντίθετα, ο Ευρωκώδικας 8 [2] αναφέρει την ύπαρξη αυτών χωρίς ωστόσο να προτείνει συγκεκριμένο τρόπο εκτίμησης της φέρουσας ικανότητάς τους. Στην συνέχεια επιχειρείται μέσω κατάστρωσης εξισώσεων ισορροπίας για τα εσωτερικά εντατικά μεγέθη να δοθούν διαγράμματα αλληλεπίδρασης N-M.

### 3. ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ

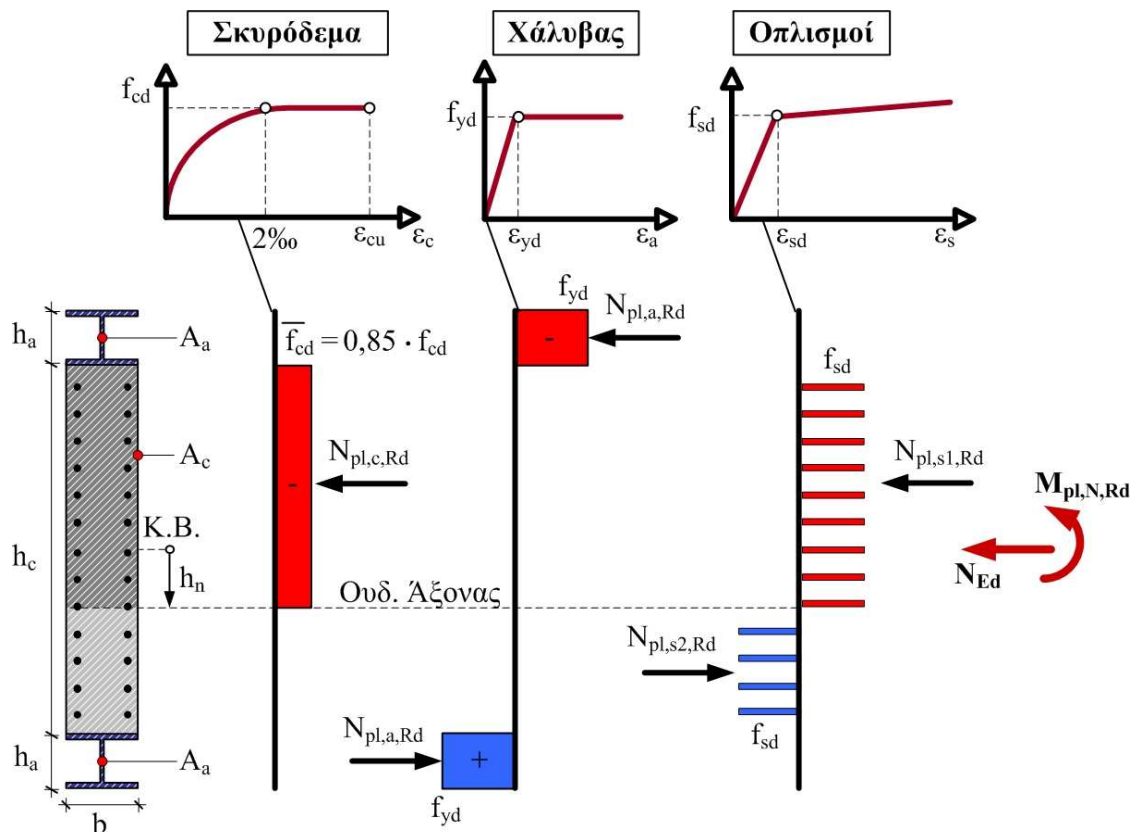
Στο Σχήμα 2 φαίνεται η κατάσταση πλήρους πλαστικοποίησης ενός σύμμικτου τοιχίου στο οποίο ο ουδέτερος άξονας εντοπίζεται εντός του κορμού του σκυροδέματος. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται περιγράφονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$N_{pl,c,Rd} = \bar{f}_{cd} \cdot b \cdot \left( \frac{h_c}{2} + h_n \right) \quad (1)$$

$$N_{pl,a,Rd} = A_a \cdot f_{yd} \quad (2)$$

$$N_{pl,s1,Rd} = A_{s,tot} \cdot \frac{\left( \frac{h_c}{2} + h_n \right)}{h_c} \cdot f_{sd} \quad (3)$$

$$N_{pl,s2,Rd} = A_{s,tot} \cdot \frac{\left( \frac{h_c}{2} - h_n \right)}{h_c} \cdot f_{sd} \quad (4)$$



Σχ. 2: Κατάσταση πλήρους πλαστικοποίησης σύμμικτης διατομής

Η εξίσωση ισορροπίας για τις αξονικές δυνάμεις  $\Sigma N = 0$  δίνει μετά από μια σειρά αλγεβρικών μετατροπών την παρακάτω σχέση για τη θέση του πλαστικού ουδέτερου άξονα:

$$h_n = \left( \frac{v_{Ed} - 0.5}{1 + 2 \cdot \omega_s} \right) \cdot h_c \quad (5a)$$

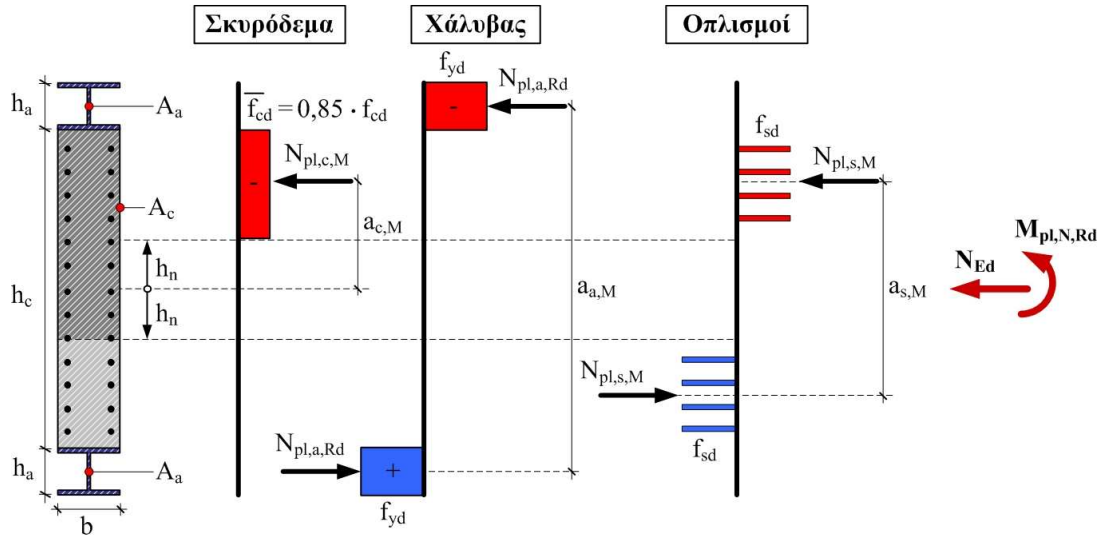
με

$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h_c \cdot \bar{f}_{cd}} \quad (5b)$$

$$\omega_s = \frac{A_{s,tot} \cdot f_{sd}}{b \cdot h_c \cdot \bar{f}_{cd}} \quad (5c)$$

Παρατηρεί κανείς ότι η θέση του ουδέτερου άξονα  $h_n$  εξαρτάται από την ανοιγμένη αξονική δύναμη  $v_{Ed}$  και το μηχανικό ποσοστό διαμήκων οπλισμών  $\omega_s$ .

Η εξίσωση ισορροπίας προς υπολογισμό της καμπτικής φέρουσας ικανότητας της σύμμικτης διατομής πραγματοποιείται κάνοντας χρήση των αξονικών δυνάμεων που εντοπίζονται εκτός της περιοχής  $2h_n$ , λαμβάνοντας υπόψη τους εκάστοτε μοχλοβραχίονες, βλ. Σχήμα 3.



Σχ. 3: Εσωτερικές αξονικές δυνάμεις και αντίστοιχοι μοχλοβραχίονες

Από την σχέση  $\Sigma M=0$  και παίρνοντας την δρώσα ροπή σχεδιασμού ίση με την απομειωμένη πλαστική ροπή αντοχής  $M_{pl,Rd,N}$  λόγω της αξονικής  $N_{Ed}$  προκύπτει η εξίσωση (6):

$$M_{Ed} = M_{pl,N,Rd} \Rightarrow$$

$$\mu_{Ed} = \omega_a \cdot \left(1 + \frac{h_a}{h_c}\right) + \left(\omega_s + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{h_n^2}{h_c^2}\right) \quad (6a)$$

με

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h_c^2 \cdot \bar{f}_{cd}} \quad (6b)$$

$$\omega_a = \frac{A_a \cdot f_{yd}}{b \cdot h_c \cdot \bar{f}_{cd}} \quad (6c)$$

$\mu_{Ed}$  είναι η ανοιγμένη ροπή σχεδιασμού και  $\omega_a$  το μηχανικό ποσοστό δομικού χάλυβα.

Θέτοντας την Εξ. (5a) στην Εξ. (6a) προκύπτει η ζητούμενη σχέση αλληλεπίδρασης (7) στην οποία περιέχονται τα δεδομένα εντατικά μεγέθη  $v_{Ed}$ ,  $\mu_{Ed}$ , το μηχανικό ποσοστό οπλισμού  $\omega_s$ , η σχέση ύψους  $h_a / h_c$  και η ζητούμενη ποσότητα  $\omega_a$  βάσει της οποίας θα υπολογισθεί το απαιτούμενο εμβαδό του μεταλλικού υποστυλώματος  $A_a$ .

$$\mu_{Ed} = \frac{(\omega_s - v_{Ed} + 1) \cdot (\omega_s + v_{Ed})}{2 \cdot (2 \cdot \omega_s + 1)} + \omega_a \cdot \left(1 + \frac{h_a}{h_c}\right) \quad (7)$$

Η μέγιστη τιμή για την καμπτική αντοχή της διατομής εμφανίζεται όταν ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο μέσο της διατομής. Πράγματι από παραγώγιση της Εξ. (7) προκύπτει:

$$\frac{\partial \mu_{Ed}}{\partial v_{Ed}} = 0 \Rightarrow v_{Ed} = 0,5 \text{ bzw. } h_n = 0 \quad (8)$$

Στην περίπτωση αυτή η μέγιστη πλαστική ροπή αντοχής που αντιστοιχεί είναι:

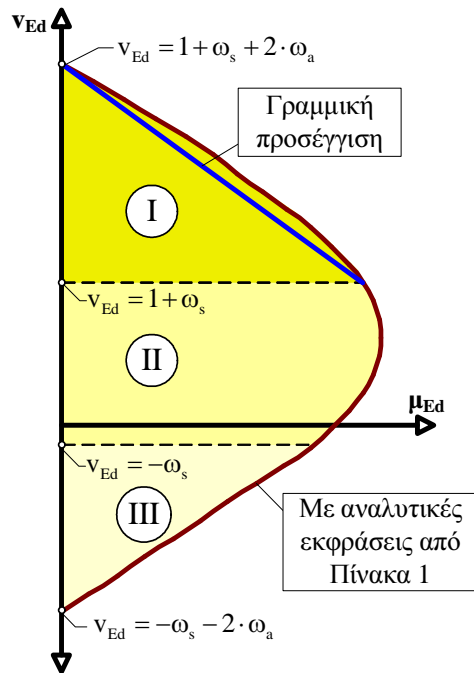
$$\max \mu_{Ed} = \omega_a \cdot \left(1 + \frac{h_a}{h_c}\right) + \frac{1}{8} \cdot (2 \cdot \omega_s + 1) \quad (9)$$

Αναλυτικές σχέσεις υπολογίζονται για διαφορετικές θέσεις του ουδέτερου άξονα, βλ. Πίνακα 1.

	<p><b>Α. Ουδέτερος άξονας σε σκυρόδεμα</b></p> $-\omega_s \leq v_{Ed} \leq 1 + \omega_s$ $\mu_{Ed} = \frac{(1 + \omega_s - v_{Ed}) \cdot (\omega_s + v_{Ed})}{2 \cdot (2 \cdot \omega_s + 1)} + \omega_a \cdot \left(1 + \frac{h_a}{h_c}\right)$
	<p><b>Β. Ουδέτερος άξονας σε άνω πέλμα υποστρώματος</b></p> $1 + \omega_s \leq v_{Ed} \leq 1 + \omega_s + 2 \cdot \frac{t_f}{h_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$ $\mu_{Ed} = \omega_a \cdot \left(1 + \frac{h_a}{h_c}\right) + \frac{1}{2} \cdot (1 + \omega_s - v_{Ed}) \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \cdot (1 + \omega_s - v_{Ed}) \cdot \frac{\bar{f}_{cd}}{f_{yd}}\right]$
	<p><b>Γ. Ουδέτερος άξονας σε κορμό υποστρώματος</b></p> $1 + \omega_s + 2 \cdot \frac{t_f}{h_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \leq v_{Ed} \leq 1 + \omega_s + 2 \cdot \omega_a - 2 \cdot \frac{t_f}{h_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$ $\mu_{Ed} = \frac{1}{2} \cdot \omega_a \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{h_a}{h_c} - \frac{t_f}{h_c}\right) - \frac{1}{4} \cdot (\omega_a + 1 + \omega_s - v_{Ed})^2 \cdot \frac{b}{t_w} \cdot \frac{\bar{f}_{cd}}{f_{yd}} + \frac{1}{2} \cdot (\omega_a + 1 + \omega_s - v_{Ed}) \cdot \left(1 + \frac{h_a}{h_c}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{t_f}{h_c} \cdot \frac{h_a}{h_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$
	<p><b>Δ. Ουδέτερος άξονας σε κάτω πέλμα υποστρώματος</b></p> $1 + \omega_s + 2 \cdot \omega_a - 2 \cdot \frac{t_f}{h_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \leq v_{Ed} \leq 1 + \omega_s + 2 \cdot \omega_a$ $\mu_{Ed} = -\frac{1}{4} \cdot (1 + \omega_s - v_{Ed} + 2 \cdot \omega_a)^2 \cdot \frac{\bar{f}_{cd}}{f_{yd}} + (1 + \omega_s - v_{Ed} + 2 \cdot \omega_a) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{h_a}{h_c}\right)$
	<p><b>Ε. Εφελκόμενη περιοχή</b></p> $-\omega_s - 2 \cdot \omega_a \leq v_{Ed} \leq -\omega_s$ $\mu_{Ed} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{h_a}{h_c}\right) \cdot (\omega_s + v_{Ed} + 2 \cdot \omega_a)$

Πίνακας 1: Ακριβείς σχέσεις αλληλεπίδρασης  $v_{Ed} - \mu_{Ed}$  [4]

Οι σχέσεις του Πίνακα 1 είναι ιδιαίτερα πολύπλοκες. Προς απλοποίηση των υπολογισμών οι μη γραμμικές σχέσεις αντικαθίστανται από γραμμικές, βλ. Σχήμα 4. Η γραμμική προσέγγιση της περιοχής I είναι προς την πλευρά της ασφαλείας δίνοντας αποτελέσματα που αποκλίνουν ελάχιστα από τα πραγματικά.



### Περιοχή I

$$1 + \omega_s \leq v_{Ed} \leq 1 + \omega_s + 2 \cdot \omega_a$$

$$\mu_{Ed} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{h_a}{h_c} \right) \cdot (1 + \omega_s + 2 \cdot \omega_a - v_{Ed})$$

### Περιοχή II

$$-\omega_s \leq v_{Ed} \leq 1 + \omega_s$$

$$\mu_{Ed} = \frac{(1 + \omega_s - v_{Ed}) \cdot (\omega_s + v_{Ed})}{2 \cdot (2 \cdot \omega_s + 1)} + \omega_a \cdot \left( 1 + \frac{h_a}{h_c} \right)$$

### Περιοχή III

$$-\omega_s - 2 \cdot \omega_a \leq v_{Ed} \leq -\omega_s$$

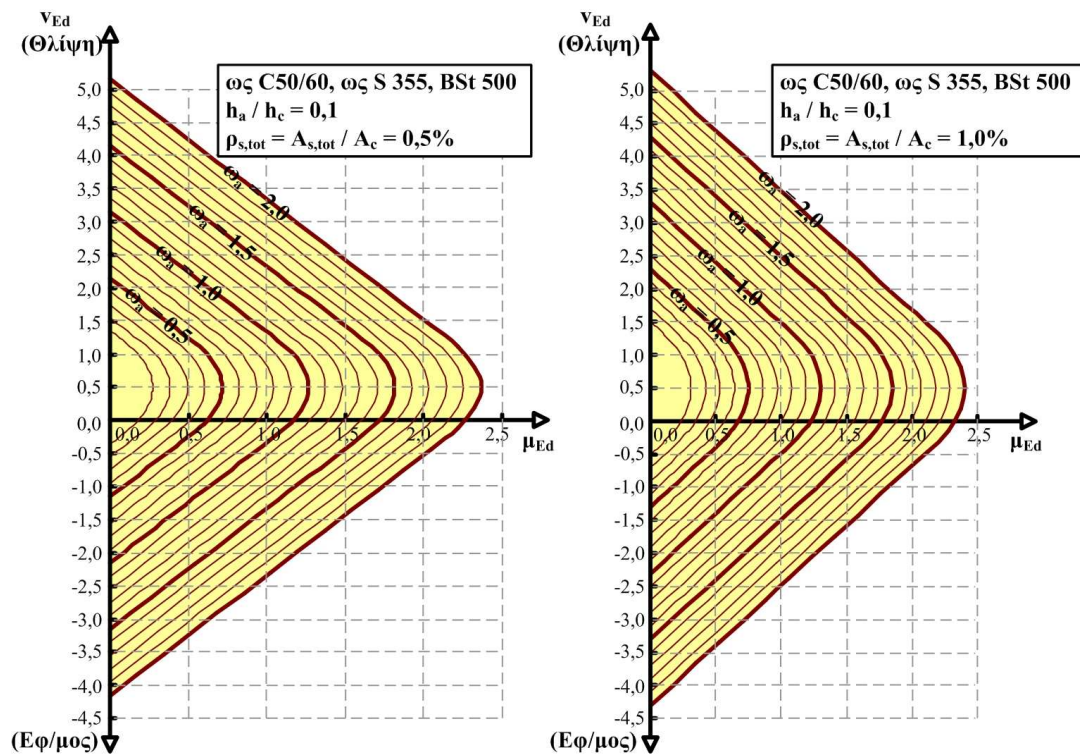
$$\mu_{Ed} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{h_a}{h_c} \right) \cdot (\omega_s + v_{Ed} + 2 \cdot \omega_a)$$

Σχ. 4: Προτεινόμενο διάγραμμα αλληλεπίδρασης για σύμμεκτα τοιχία

Το βασικό πλεονέκτημα των προτεινόμενων σχέσεων αλληλεπίδρασης είναι ότι είναι ανεξάρτητες από μηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών ( $f_{ck}$ ,  $f_{yk}$ ,  $f_{sk}$ ), τους συντελεστές ασφαλείας και κατά συνέπεια έχουν γενική ισχύ. Δηλαδή βρίσκονται σε πλήρη αντιστοιχία με τα συνήθη διαγράμματα αλληλεπίδρασης για τις διατομές ωπλισμένου σκυροδέματος, βλ. [3]. Γενικευμένα διαγράμματα προτείνονται στο [4] και ενδεικτικά παρουσιάζονται στο Σχήμα 5. Παρατηρεί κανείς ότι με γνωστά τα ανοιγμένα εντατικά μεγέθη  $v_{Ed}$ ,  $\mu_{Ed}$  και για σταθερές τιμές του γεωμετρικού ποσοστού οπλισμού  $\rho_{s,tot}$  και του λόγου  $h_a / h_c$  υπολογίζεται άμεσα το μηχανικό ποσοστό χάλυβα  $\omega_a$ .

Είναι σημαντικό να τονισθεί ότι οι σχέσεις και τα διαγράμματα των Σχημάτων 4 και 5 δεν εξαρτώνται από τον προσανατολισμό και την μορφή των υποστυλωμάτων στα άκρα. Θα πρέπει πάντα επίσης να ελέγχεται αν μέρος διατμητικής δύναμης στη βάση του τοιχίου αλληλεπιδρά με τις αξονικές εντάσεις των υποστυλωμάτων. Σε μια τέτοια περίπτωση το όριο διαρροής του χάλυβα θα πρέπει να απομειώνεται βάσει των διατάξεων του Ευρωκώδικα 3.

Τα διαγράμματα του Σχήματος 5 περιορίζονται σε σκυροδέματα αντοχής ως C50/60. Για ισχυρότερα σκυροδέματα λόγω ψαθυρότερης συμπεριφοράς δύναται η διατομή να μην πλαστικοποιηθεί πλήρως. Σε τέτοιες περιπτώσεις απαιτείται υπολογισμός της διατομής μέσω περιορισμού των ανοιγμένων παραμορφώσεων για το σκυρόδεμα ή χρήση των προτεινόμενων διαγραμμάτων με μειωτικούς συντελεστές που έχουν προσδιορισθεί πειραματικά. Χάλυβες ποιότητας > S355 μπορούν λόγω της μεγάλης τους αντοχής να οδηγήσουν σε υψηλές τιμές ανοιγμένων παραμορφώσεων στο σκυρόδεμα (πρώρη θραύση) ενώ αυτοί να έχουν ελαφρώς διαρρεύσει.



Σχ. 5: Προτεινόμενα διαγράμματα αλληλεπίδρασης από [4]

#### 4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρουσιάστηκε μέσω διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης ένας απλός τρόπος υπολογισμού της φέρουσας ικανότητας συμμίκτων τοιχίων σε κάμψη και αξονική δύναμη. Τα προτεινόμενα διαγράμματα βασίζονται στην πλήρη πλαστικοποίηση της διατομής λαμβάνοντας υπόψη το γεωμετρικό ποσοστό των διαμήκων οπλισμών. Η γενική ισχύ των διαγραμμάτων τα καθιστά εύκολα στη διαστασιολόγηση και κατανοητά από τον μηχανικό της πράξης.

Με το άρθρο αυτό καλύπτεται εν μέρει ένα σημαντικό κενό της περιορισμένης διεθνούς βιβλιογραφίας όσον αφορά τα σύμμικτα τοιχεία. Η συμπλήρωση με διορθωτικούς συντελεστές που βασίζονται σε πειράματα δύναται επίσης να εμπλουτίσει κανονιστικά τους Ευρωκώδικες 4 και 8.

#### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Eurocode 4, Part 1, “Design of Composite Steel – Concrete Structures”, General Rules and Rules for Buildings, 2004
- [2] Eurocode 8, Part 1, “Design Structures for Earthquake Resistance”, General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings, 2004
- [3] Leonhardt, F., Mönning, E.: Vorlesungen über Massivbau. Erster Teil: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Zweite Auflage, Springer Verlag 1978
- [4] Νικολάου, Ε. “Διαγράμματα Αλληλεπίδρασης Συμμίκτων Τοιχομάτων”. Μεταπτυχιακή εργασία ΕΜΠ, 2009

# **CAPACITY DIAGRAMS FOR STEEL – CONCRETE COMPOSITE SHEAR WALLS**

**Aristidis Iliopoulos**

Dr. Civil Engineer

Athens, Greece

e-mail: [iliop78@otenet.gr](mailto:iliop78@otenet.gr)

**Efthimios Nikolaou**

Civil Engineer, MSc.

Athens, Greece

e-mail: [mike80@otenet.gr](mailto:mike80@otenet.gr)

**Ioannis Vayas**

Professor

NTUA, School of Civil Engineering

e-mail: [vastahl@central.ntua.gr](mailto:vastahl@central.ntua.gr)

## **SUMMARY**

In this article a design method for the calculation of steel – concrete composite shear walls under axial and bending loading is presented. Steel columns are used as edge members connected through shear studs with the concrete core of the shear wall. The diagrams given are based on the full plastic resistance of the composite section according to the regulations of Eurocode 4, Part 1. Through the use of non-dimensional parameters for the axial and bending loading the necessary structural steel quantity can be calculated from the capacity curves. The proposed method is simple and can be used for a quick and safe estimation of the capacity of composite walls.