

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΥ ΣΤΥΛΟΥ ΥΠΟ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ

Χρήστος Τσαλίκης

Πολιτικός Μηχανικός ΑΠΘ, DIC, Phd student
Εργαστήριο μεταλλικών κατασκευών
Αριστοτέλειο πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Θεσσαλονίκη, Ελλάδα
e-mail: ctsalik@civil.auth.gr

Ευθύμιος Κολτσάκης

Επίκουρος Καθηγητής ΑΠΘ
Εργαστήριο μεταλλικών κατασκευών
Αριστοτέλειο πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Θεσσαλονίκη, Ελλάδα
e-mail: mkolts@civil.auth.gr

Χαράλαμπος Μπανιωτόπουλος

Καθηγητής ΑΠΘ
Εργαστήριο μεταλλικών κατασκευών
Αριστοτέλειο πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Θεσσαλονίκη, Ελλάδα
e-mail: ccb@civil.auth.gr

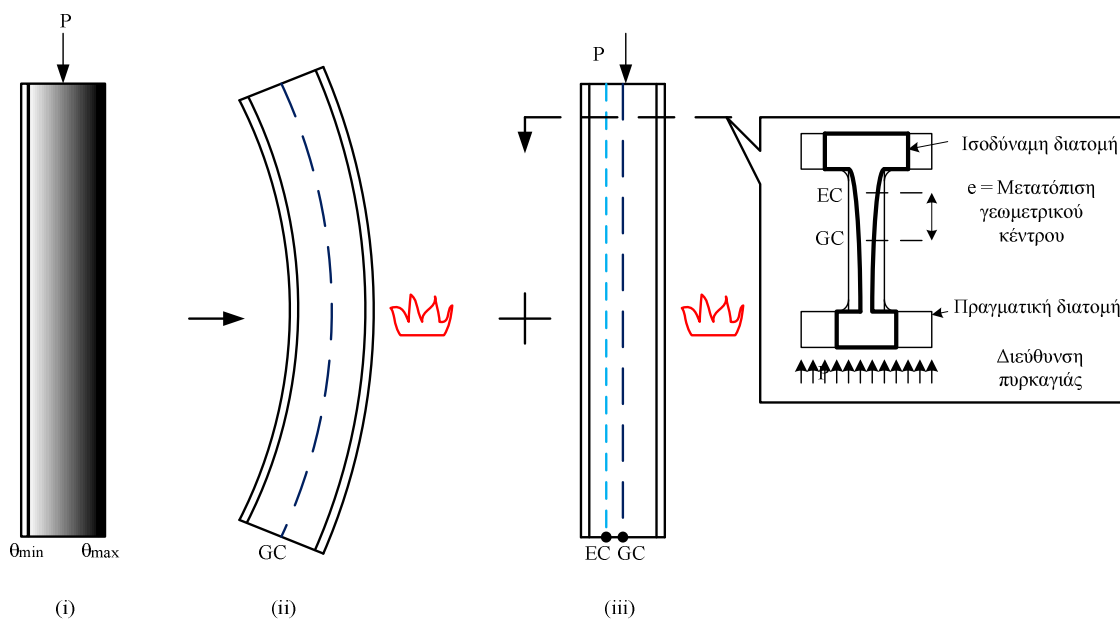
1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εμφάνιση μιας πυρκαγιάς σε χαλύβδινο κτίριο προκαλεί την ανάπτυξη διαφόρων πεδίων θερμοκρασιών στα μέλη του, σύμφωνα με τις νέες καμπύλες φυσικής πυρκαγιάς. Η τοπική πυρκαγιά οδηγεί στην ανάπτυξη υψηλών θερμοκρασιών οι οποίες εξαρτώνται σημαντικά από τη γεωμετρία του χώρου ενώ, μία γενικευμένη πυρκαγιά οδηγεί τα μέλη τα οποία βρίσκονται στο εσωτερικό του κτιρίου να αναπτύξουν ταχύτατα ομοιόμορφα πεδία θερμοκρασιών, ενώ εκείνα τα οποία βρίσκονται στην περιφέρεια του κτιρίου διατηρούν σταθερά ανομοιόμορφα θερμοκρασιακά πεδία πάνω στη διατομή τους σε όλη τη διάρκεια της πυρκαγιάς. Η ανομοιόμορφη θερμοκρασιακή καταπόνηση οδηγεί πρόωρα στην σημαντική ανάπτυξη φαινομένων 2ας τάξεως λόγω της μετατόπισης του ελαστικού ουδέτερου άξονα και τη δημιουργία αρχικής εκκεντρότητας. Το πρόβλημα της ελαστικής ευστάθειας ενός αξονικά καταπονούμενου στύλου μετατρέπεται σε πρόβλημα αλληλεπίδρασης αξονικών δυνάμεων και καμπτικών ροπών. Η παρούσα εργασία προτείνει καμπύλες οριακού φορτίου για μεταλλικούς στύλους διατομής διπλού-T υπό ανομοιόμορφη θερμοκρασιακή καταπόνηση. Οι καμπύλες

προκύπτουν από ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, ενώ παράλληλα προτείνεται αναλυτική λύση. Οι λύσεις συγκρίνονται με την καμπύλη του Euler και με τις καμπύλες λυγισμού του Ευρωκώδικα 3.

2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Θεωρούμε έναν αξονικά καταπονούμενο στύλο διατομής διπλού-Τ, ο οποίος αποτελεί μέλος μιας κατασκευής και βρίσκεται στο περίβλημά της. Το ένα πέλμα βρίσκεται σε επαφή με τον εσωτερικό χώρο του κτιρίου, ενώ το άλλο με το εξωτερικό περιβάλλον. Η ενδεχόμενη τοπική πυρκαγιά στον εσωτερικό χώρο του κτιρίου θα οδηγήσει στην ανάπτυξη ανομοιόμορφης θερμοκρασίας κατά μήκος της διατομής, όπως φαίνεται στο Σχ. (1). Η ρεαλιστική συμπεριφορά ανάπτυξης θερμοκρασίας υποδεικνύει ανομοιόμορφα θερμοκρασιακά πεδία και κατά μήκος του μέλους, τα οποία λαμβάνονται σε αυτή την εργασία, κατά παραδοχή, ομοιόμορφα. Ο στύλος είναι στατικά ορισμένος, έτσι ώστε να μην αναπτύσσονται θερμικές τάσεις. Επιπλέον, θεωρείται πλευρικά εξασφαλισμένος, οπότε και κρίσιμος θεωρείται ο ελαστικός λυγισμός στον ισχυρό άξονα $y-y$ της διατομής.



Σχ. 1. (i) Γραμμικό πεδίο θερμοκρασίας – (ii) Αρχική καμπύλωση λόγω ανομοιόμορφης θερμοκρασίας – (iii) Μετατόπιση γεωμετρικού κέντρου στην ισοδύναμη διατομή

3. ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΕ ΥΨΗΛΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ

Ο χάλυβας σε υψηλή θερμοκρασία παρουσιάζει μείωση της αντοχής και της ακαμψίας του. Συγκεκριμένα, η περιγραφή του νόμου ξεκινάει με μία ελαστική περιοχή, ακολουθεί μία καμπύλη ελαστοπλαστική περιοχή που καταλήγει σε οριζόντια πλαστική [2]. Η τιμή του

μέτρου ελαστικότητας, η τιμή του ορίου αναλογίας και η τάση διαρροής μειώνονται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Κατά συνέπεια, η περιγραφή του νόμου του υλικού γίνεται με μία δέσμη γραμμών που η κάθε μία εξαρτάται από τη θερμοκρασία.

Σε αυτήν τη μελέτη, υιοθετείται η χρήση του μειωτικού συντελεστή της κλίσης της γραμμικής ελαστικής περιοχής για την απομείωση του μέτρου ελαστικότητας αλλά και της τάσης διαρροής ανάλογα με τη θερμοκρασία. Συνεπώς:

$$\frac{E_{\theta}}{E_{20}} = \frac{f_{y,\theta}}{f_{y,20}} = 2,347 \sin(0,5275T + 2,6) + 0,193 \sin(7,803T - 1,438) \quad (1)$$

Όπου:

$T = \theta/1000$	θ είναι η θερμοκρασία σε $^{\circ}\text{C}$
$f_{y,\theta}, f_{y,20}$	η τάση διαρροής σε θερμοκρασία θ και σε θερμοκρασία δωματίου αντίστοιχα
E_{θ}, E_{20}	το μέτρο ελαστικότητας σε θερμοκρασία θ και σε θερμοκρασία δωματίου αντίστοιχα

Η συνεχής εξ. (1), όπως περιγράφηκε παραπάνω προκύπτει ως παρεμβολή τριγωνομετρικών συναρτήσεων με τη βοήθεια του λογισμικού MATLAB [6].

4. ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΕΝΝΟΙΩΝ

4.1 Ενεργό κέντρο (Effective centroid)

Η μερική έκθεση σε πυρκαγιά οδηγεί στην ανάπτυξη ανομοιόμορφης θερμοκρασίας στο μέλος. Θεωρώντας, αρχικά, σταθερή την ανάπτυξη της θερμοκρασίας κατά μήκος του μέλους, μελετάται η επιρροή της θερμοκρασιακής ανομοιομορφίας σε επίπεδο διατομής.

Το ενεργό κέντρο είναι το κέντρο δυσκαμψίας της διατομής [4]. Είναι το σημείο όπου πρέπει να εφαρμοστεί ένα σημειακό φορτίο ώστε να αναπτυχθούν μόνο αξονικές παραμορφώσεις. Σε περίπτωση που το πεδίο θερμοκρασιών είναι ομοιόμορφο πάνω στη διατομή (όποιο και αν είναι αυτό), τότε το ενεργό κέντρο συμπίπτει με το γεωμετρικό κέντρο της διατομής. Όταν όμως το πεδίο θερμοκρασιών είναι ανομοιόμορφο τότε το κάθε σημείο της διατομής υπακούει σε ένα διαφορετικό νόμο τάσεων – παραμορφώσεων ανάλογο με την επιβαλλόμενη θερμοκρασία στο σημείο αυτό, όπως περιγράφηκε παραπάνω. Αυτό έχει ως συνέπεια το ενεργό κέντρο της διατομής να απομακρύνεται από το γεωμετρικό κέντρο και να οδηγείται προς την ‘κρύα’ πλευρά όπου υπάρχει ακόμα περίσσια δυσκαμψίας.

Θεωρούμε ότι η κατανομή της θερμοκρασίας είναι σταθερή κατά μήκος ενός μέλους και γραμμικά κατανεμημένη καθ’ ύψος της διατομής του. Το ενεργό κέντρο δίνεται:

$$Z_{EC} = \frac{\int_A E(\theta)z \, dA}{\int_A E(\theta) \, dA} \quad (2)$$

Όπου:

E το μέτρο ελαστικότητας συναρτήσει της θερμοκρασίας θ
 z η απόσταση από το σημείο αναφοράς

Θεωρώντας την κατανομή της θερμοκρασίας ως γραμμική κατά το ύψος της διατομής, αυτή μπορεί να εκφραστεί σε σχέση με την απόσταση z και την κλίση του πεδίου, ως:

$$\theta = f(z) = \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{H} z + \theta_{\min} \quad (3)$$

Άρα από την εξ. (2) και (3), έχουμε:

$$Z_{EC} = \frac{\int_A E(f(z))z \, dz}{\int_A E(\theta) \, dz} \quad (4)$$

4.2 Ισοδύναμη διατομή

Θεωρούμε ισοδύναμη διατομή τέτοια ώστε να διατηρεί τις μηχανικές ιδιότητες της πραγματικής διατομής. Σε αυτή τη διατομή το πλάτος των πελμάτων και το πάχος του κορμού μεταβάλλονται ανάλογα με την επιβαλλόμενη θερμοκρασία. Η ισοδύναμη διατομή πρέπει να διατηρεί την ίδια παραμόρφωση με την πραγματική διατομή, δηλαδή:

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon \Rightarrow \frac{\sigma_{eq}}{E_{eq}} = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \sigma = \sigma_{eq} \frac{E}{E_{eq}} \quad (5)$$

Όπου:

$\varepsilon_{eq}, \varepsilon$ η παραμόρφωση ε σε ένα σημείο της ισοδύναμης διατομής και της πραγματικής διατομής αντίστοιχα
 E_{eq}, E το μέτρο ελαστικότητας σε ένα σημείο της ισοδύναμης διατομής και της πραγματικής διατομής αντίστοιχα

Το μέτρο ελαστικότητας της ισοδύναμης διατομής παραμένει σταθερό σε όλη τη διατομή και λαμβάνεται ίσο προς εκείνο της θερμοκρασίας δωματίου. Έχοντας ως δεδομένο ότι το ύψος της διατομής παραμένει αμετάβλητο [1] συμπεραίνουμε ότι η τελική τάση δίνεται με τη βοήθεια της εξ. (5):

$$\sigma = \sigma_{eq} \frac{b_{\theta,eq}}{b_{20,eq}} \quad (6)$$

Όπου:

σ, σ_{eq} η ορθή τάση σε θερμοκρασία θ στην πραγματική διατομή και στην ισοδύναμη διατομή αντίστοιχα

5. ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΗΣ ΥΨΗΛΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

Θεωρούμε ένα τέλειο στύλο χωρίς αρχική εκκεντρότητα και παραμένουσες τάσεις. Ο στύλος υπόκειται σε αξονική θλίψη σε θερμοκρασία δωματίου. Η ενδεχόμενη τοπική πυρκαγιά, όπως περιγράφηκε παραπάνω θα οδηγήσει στην ανάπτυξη ενός γραμμικού πεδίου θερμοκρασιών κατά μήκος της διατομής. Η υψηλή θερμοκρασία συντελεί στην σταδιακή απομείωση των μηχανικών ιδιοτήτων του μέλους και κατά συνέπεια στην απομείωση της αντοχής και της δυσκαμψίας.

Αρχικά, η αμφιαρθρωτή διάταξη του στύλου επιτρέπει την επιμήκυνση του μέλους λόγω της διαστολής του υλικού. Θερμικές τάσεις δεν αναπτύσσονται καθότι ο φορέας είναι ισοστατικός. Το ανομοιομορφο θερμοκρασιακό πεδίο προκαλεί διαφορετική επιμήκυνση του κάθε σημείου της διατομής με αποτέλεσμα το μέλος να υφίσταται καμπύλωση (bowing). Η κυρτή πλευρά του μέλους, όπου έχουν αναπτυχθεί οι υψηλότερες θερμοκρασίες προς τη θερμή εσωτερική πλευρά.

Ταυτόχρονα, η απομείωση των μηχανικών ιδιοτήτων της διατομής οδηγεί στην μετατόπιση του κέντρου δυσκαμψίας (ενεργό κέντρο) με αποτέλεσμα την ανάπτυξη ροπών άκρων, οι οποίες αντιτίθενται στο φαινόμενο της θερμικής καμπύλωσης.

6. ΗΜΙ-ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Η αρχική καμπυλότητα που αποκτάει ο φορέας λόγω της θερμικής διαστολής είναι κυλινδρικής μορφής. Προσεγγιστικά θεωρούμε ημιτονοειδή συνάρτηση που περιγράφει την παραμόρφωσή του [3]:

$$y(x) = a_{\Delta\theta} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (7)$$

Όπου:

$a_{\Delta\theta}$ η μέγιστη βύθιση που συμβαίνει στο μέσο του μέλους λόγω της θερμικής καμπύλωσης

Η αξονική δύναμη θα δημιουργήσει φαινόμενα 2ας τάξεως λόγω της αρχικής εκκεντρότητας με αποτέλεσμα την περαιτέρω βύθιση του φορέα [3]:

$$\delta_{\theta} = y(x) = \frac{a_{\Delta\theta}}{1 - P/P_{cr}} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (8)$$

Όπου:

P η επιβαλλόμενη αξονική δύναμη
 P_{cr} το φορτίο του Euler

Όπως περιγράφηκε παραπάνω, η απομάκρυνση του ενεργού κέντρου προς την ψυχρή παρειά δημιουργεί, λόγω του ότι το σημείο επιβολής του φορτίου παραμένει αμετάβλητο, ροπές άκρων με συνακόλουθη εμφάνιση βυθίσεων:

$$\delta_{ecc} = y(x) = \frac{M_0}{2EI} x(1-x) \quad (9)$$

Όπου:

M_0 η ροπή στο άκρο λόγω της μετατόπισης του ουδέτερου άξονα

Επομένως, η ολική παραμόρφωση του φορέα δίνεται:

$$\delta_{tot} = \delta_{\theta} - \delta_{ecc} + e = \frac{a_{\Delta\theta}}{1-P/P_{cr,eq}} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) - \frac{M_0}{2EI_{eq}} x(1-x) + e \quad (10)$$

Το ισοδύναμο μέλος υπόκειται πλέον σε κάμψη και θλίψη. Η μέγιστη τάση αναπτύσσεται στο μέσο του μέλους, στην κοίλη πλευρά [1]. Η μέγιστη τάση που μπορεί να αναπτυχθεί σε αυτό το σημείο είναι η αντίστοιχη τάση διαρροής στην δεδομένη θερμοκρασία. Εφαρμόζοντας τη μέθοδο Newton – Raphson η μέγιστη ελαστική αξονική δύναμη που μπορεί να παραλάβει ο φορέας βρίσκεται μέσω της εξ. (11):

$$\sigma_{y,eq} = \frac{P}{A_{eq}} + \frac{P \cdot \delta_{tot} - M_0}{I_{eq}} y \quad (11)$$

Όπου:

σ_{eq} η τάση διαρροής της ισοδύναμης διατομής
 A_{eq}, I_{eq} το εμβαδόν και η ροπή αδράνειας της ισοδύναμης διατομής αντίστοιχα
 y η απόσταση του ενεργού κέντρου από τη θλιβόμενη ίνα

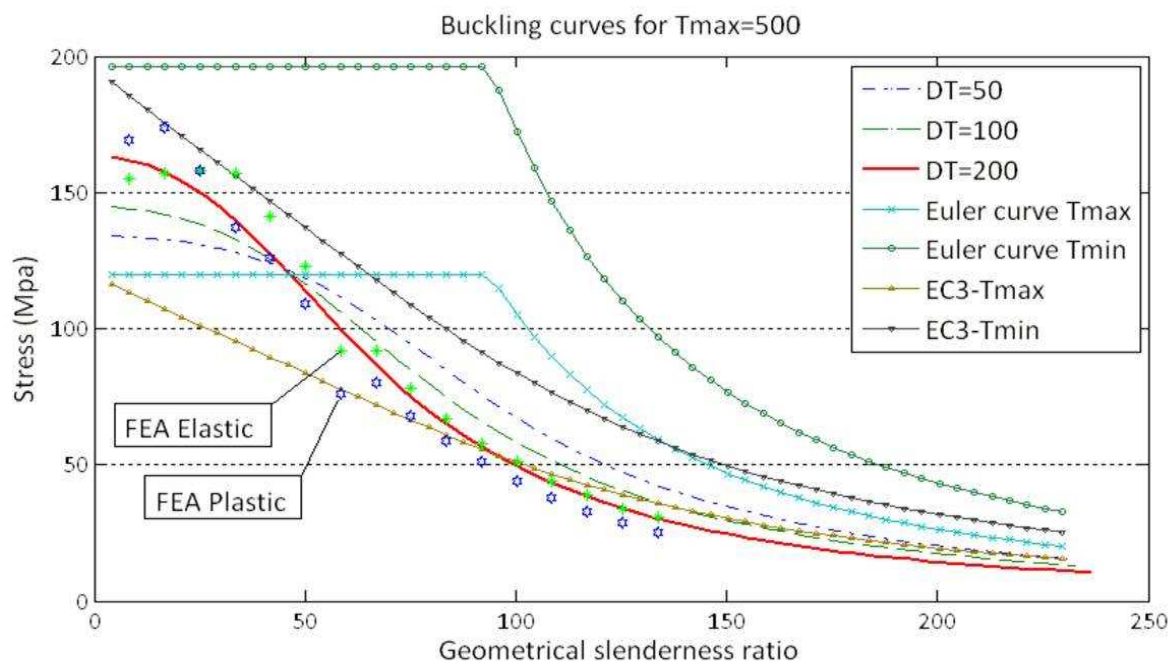
7. ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η συμπεριφορά ενός στύλου διατομής IPE300 επιβεβαιώθηκε για μία συγκεκριμένη θερμοκρασιακή κατανομή και για πολλαπλά μήκη με το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS [5]. Ο προσδιορισμός του υλικού έγινε και με τους διγραμμικούς νόμους τάσεων παραμορφώσεων αλλά και με τους ελαστοπλαστικούς νόμους υλικού όπως δίνονται στον Ευρωκώδικα 3 – Μέρος 1.2. Τα στοιχεία που επιλέχθηκαν για την περιγραφή του μοντέλου είναι τετράκομβα στοιχεία κελύφους. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε σε δύο βήματα. Στο πρώτο βήμα εφαρμόζεται το γραμμικό θερμοκρασιακό πεδίο και στο δεύτερο βήμα το μέλος υπόκειται σε αξονική δύναμη μέχρι την εμφάνιση αστάθειας.

8. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο Σχ. (2) δίνεται η καμπύλη οριακής αντοχής του μέλους για διάφορες γεωμετρικές λυγηρότητες. Η ταύτιση με την ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων υποδεικνύει ότι η κλασική εξίσωση που περιγράφει τη συμπεριφορά στύλου υπό κάμψη μπορεί με τους κατάλληλους χειρισμούς να χρησιμοποιηθεί για την περίπτωση στύλου σε ανομοιόμορφη θερμοκρασία. Η υιοθέτηση της καμπύλης που προτείνει ο Ευρωκώδικας για τη μέγιστη

θερμοκρασία του φορέα εμφανίζεται ιδιαίτερα συντηρητική για μικρές και μεσαίες λυγηρότητες, ενώ σχετικά αισιόδοξη για μεγάλες. Η αναλυτική σχέση πρέπει να ελεγχθεί και για άλλα θερμοκρασιακά πεδία και για διαφορετικές διατομές προκειμένου να διασφαλιστεί η εγκυρότητά της. Με την κατάλληλη περιγραφή των διγραμμικών νόμων τάσεων – παραμορφώσεων και την ενσωμάτωση των υπολοίπων φαινομένων τα οποία συναντώνται και σε στύλους που βρίσκονται σε θερμοκρασία δωματίου, η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση των καμπύλων λυγισμού στύλων βρίσκονται σε υψηλή θερμοκρασία και υπόκεινται σε αξονική δύναμη.



Σχ. 2. Καμπύλη λυγισμού για θερμοκρασία 300°C/500°C

9. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] BURGESS I.W., NAJJAR S.R. “A simple approach to the behaviour of steel columns in fire”, *J. of constructional steel research*, Vol. 31, 1994, pp. 115-134.
- [2] “EN 1993-1-2:2005, Eurocode 3 Design of steel structures, Part 1-2: General Rules – Structural fire design”, *European committee for standardization*, April 2005
- [3] TIMOSHENKO S.P., GERE J.M. “Theory of elastic stability”, *McGraw-Hill book company*, 1961.
- [4] GARLOCK M. E.M., QUIEL S.E. “Mechanics of wide-flanged steel sections that develop thermal gradients due to fire exposure”, *J. of steel structures*, Vol. 7, 2007, pp. 153-162.
- [5] ABAQUS software, Dassault systemes Simulia corp., Providence, RI, US
- [6] MATLAB 7.5.0. (R2007b) Product Family, Mathworks

10. SUMMARY

Members on the perimeter of a building sustain a clear thermal gradient over their cross-section. Mechanical properties of the material depend on the imposed temperature field according to Eurocode 3 [2]. Thermal gradient causes the shift of the elastic neutral axis and, as a result, the generation of initial eccentricity. Thermal gradient causes varying thermal elongation over the cross-section leading to column bowing. The deflection of the column is amplified due to second-order effects.

The scope of this study is the analytical treatment of steel pin-ended column under thermal gradient. An IPE300 European cross-section will be used for the study of the above effect for several lengths in order to obtain the reduction of the maximum elastic axial load due to instability. Linear temperature gradient is imposed across the y-y axis. The flexural buckling of the minor axis is not within the context of the present work since the influence of the thermal gradient is of main interest.

Eurocode 3 – Part 1.2 proposes reduction factors for the description of the stress – strain relationships according to the imposed temperatures. The shape of these functions is linear – elliptical – linear, but, for the sake of simplicity, bilinear laws are adopted.

The reduction of the modulus of elasticity is dependent on the temperature of the material, as shown is eq. (1). That produces an arbitrary field of moduli along the cross-section. To overcome this obstacle and apply a constant E_{20} , the thickness of the web can be scaled according to the imposed temperature at each point of the cross-section [1].

The thermal bowing effect on a perfect column is assumed to be analogous to the initial imperfection that exists on real columns. Against this phenomenon, acts the shift of the centroid [4]. The edge moments, resulting from the slope of the thermal gradient, counteract the bowing of the member.

Based on the concept of maximum allowable stress at the middle of the column [3], the maximum elastic axial load can be derived according to eq. (12).

The analysis of the behaviour of the simply-supported steel column under the combined effect was validated with the general purpose finite element package ABAQUS [5]. For the description of the material behaviour, both the mentioned bilinear laws and the true laws, that include the elastoplastic regions as given by Eurocode, are applied.

In conclusion, the basic equation of beam-column with initial curvature can be used with the proper manipulation for the analytical treatment of steel columns under thermal gradient. There is good agreement between the analytical solution and the finite element analysis. The equation will be checked for various types of steel cross-sections and thermal cases.