ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΘΟΛΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΟΠΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΣΕ ΘΛΙΒΟΜΕΝΕΣ ΡΑΒΔΟΥΣ ΑΠΟ ΧΑΛΥΒΑ

Μαρία Λιβανού
Υποψήφια Διδάκτορας
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: livanoumaria@gmail.com

Χάρης Γαντές
Καθηγητής
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: chgantes@central.ntua.gr

1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία μελετάται η επιρροή της αλληλεπίδρασης ιδιομορφών λυγισμού και διαρροής υπό την παρουσία αρχικών ατελειών στην απόκριση και την αντοχή θλιβόμενων ράβδων από χάλυβα. Αρχικά, μελετάται ένα ελαστικό διβάθμιο σύστημα, του οποίου οι δύο ανεξάρτητες ιδιομορφές εμφανίζουν ευσταθή και ασταθή μεταλυγισμική συμπεριφορά, αντίστοιχα, και αξιολογείται η αλληλεπίδραση των δύο ιδιομορφών. Στη συνέχεια, εξετάζεται η αλληλεπίδραση μεταξύ καθολικού και τοπικού λυγισμού ενός ατελούς λεπτότοιχου υποστυλώματος κοίλης κυκλικής διατομής, θεωρώντας αρχικά γραμμικό ελαστικό νόμο υλικού και κατόπιν λαμβάνοντας υπόψη και τη μη γραμμικότητα του υλικού για τον αριθμητικό υπολογισμό της τελικής ελαστοπλαστικής αντοχής του.

2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

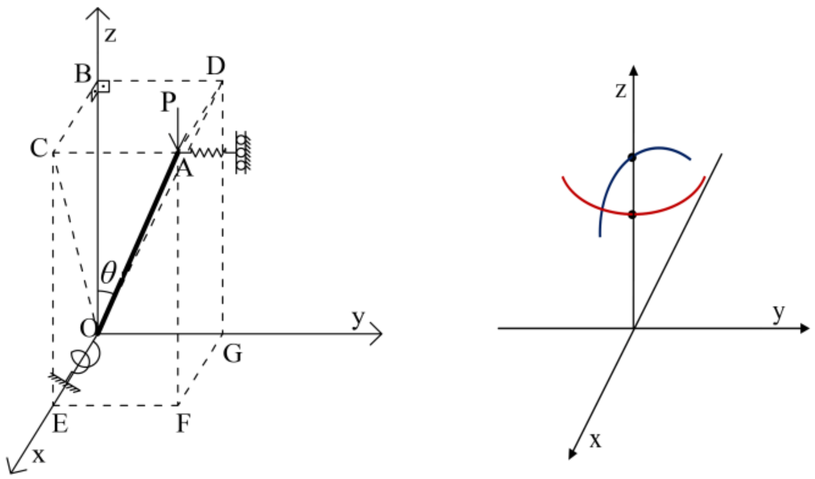
Οι σύγχρονες κατασκευές, λόγω της δυνατότητας ακριβέστερων μεθόδων ανάλυσης, διαστασιολογούνται συχνά οριακά, με στόχο τη μείωση του βάρους των υλικών. Αυτό συχνά οδηγεί σε ένα σχεδιασμό για τον οποίο δύο ή περισσότερα κρίσιμα φορτία λυγισμού του φορέα συμπίπτουν [1]. Είναι ευρέως γνωστό ότι αν τα κρίσιμα φορτία λυγισμού τα οποία αντιστοιχούν σε τουλάχιστον δύο ιδιομορφές είναι ίσα ή παραπλήσια, τότε κατά την ελαστική προλυγισμική και μεταλυγισμική απόκριση του φορέα, εμφανίζεται το φαινόμενο της αλληλεπίδρασης των ιδιομορφών λυγισμού [2], που οδηγεί σε εντονότερη ευαισθησία στις αρχικές ατέλειες και σε απομείωση του οριακού φορτίου. Το παραπάνω φαινόμενο μελετήθηκε πρώτα από τον Koiter [3] και αργότερα από τους Chilver [2], Supple [4] και Johns [5].

Τα λεπτότοιχα μέλη, τα οποία χρησιμοποιούνται ευρέως στις σύγχρονες κατασκευές, εμφανίζουν μεγάλη ευαισθησία σε φαινόμενα λυγισμού και σε αρχικές ατέλειες. Η αλληλεπίδραση μεταξύ καθολικού και τοπικού λυγισμού σε τέτοια μέλη, οδηγεί στην ανάγκη για ειδικές μεθόδους ανάλυσης και σχεδιασμού, πέρα από τις συμβατικές. Ο Van der Neut [6], [7] ήταν ο πρώτος που μελέτησε την αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών των ιδιομορφών λυγισμού σε λεπτότοιχα ατελή μέλη υπό θλίψη.
Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η αλληλεπίδραση ιδιομορφών λυγισμού απλών ελαστικών συστημάτων αλλά και ρεαλιστικών θλιβόμενων μελών από χάλυβα, και η επιρροή των αρχικών ατελειών στη συμπεριφορά τους. Αρχικά παρουσιάζεται ένα διβάθμιο προσομοίωμα που αποτελεί παραλλαγή του γνωστού μοντέλου Augusti [8], και στη συνέχεια γίνεται εφαρμογή σε ρεαλιστικά χαλύβδινα μέλη υπό καθαρή θλίψη, ευαίσθητα σε τοπικό και καθολικό λυγισμό.

3. ΔΙΒΑΘΜΙΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑ

3.1 Διατύπωση εξισώσεων ισορροπίας

Στο πρώτο μέρος του άρθρου, εξετάζεται η ευστάθεια ενός απλού προσομοιώματος δύο βαθμών ελευθερίας (Σχήμα 1α), μέσω της ενεργειακής μεθόδου. Το προσομοίωμα αποτελείται από μια άκαμπτη ράβδο μήκους L, αρθρωμένη στη βάση της και ελεύθερη στην κορυφή της, της οποίας η πλευρική ευστάθεια εξασφαλίζεται κατά τη μία κύρια διεύθυνση μέσω ενός στροφικού ελατηρίου στη βάση και κατά την άλλη μέσω ενός οριζόντιου ελατηρίου μετάθεσης στην κορυφή. Στην κορυφή της ράβδου ασκείται ένα κατακόρυφο φορτίο, το οποίο διατηρεί τη διεύθυνσή του κατά την εξέλιξη της φόρτισης. Η παραμόρφωση εκφράζεται συναρτήσει των γωνιών θ_x και θ_y. Τα ελατήρια έχουν γραμμικώς ελαστική συμπεριφορά, με σταθερές c και k, για το στροφικό και το μετακινησιακό ελατήριο αντίστοιχα. Όπως προαναφέρθηκε, το στροφικό ελατήριο παρεμποδίζει την παραμόρφωση κατά τη x διεύθυνση, ενώ το μετακινησιακό σχετίζεται με την παραμόρφωση κατά y. Στην περίπτωση των αρχικών ατελειών, τα ελατήρια θεωρούνται άτονα στην αρχική θέση παραμόρφωσης. Σε μια τυχαία θέση, η ράβδος σχηματίζει γωνία με τον κατακόρυφο άξονα z ίση με θ, ενώ η αντίστοιχη αρχική ατέλεια είναι ίση με ε.
Το υπό εξέταση διβάθμιο προσομοίωμα έχει δύο ανεξάρτητες ιδιομορφές λυγισμού. Αυτή που συνδέεται με το στροφικό ελατήριο παρουσιάζει ευσταθή μεταλυγισμικό δρόμο ισορροπίας (Augusti [8], Livanou, Gantes και Avraam [9]), ενώ αυτή που αφορά στο μετακινησιακό ελατήριο εμφανίζει αστάθεια (Augusti [8]) (Σχήμα 1β). Τα αντίστοιχα φορτία λυγισμού είναι $P_{cr,x}=c/L$ και $P_{cr,y}=kL$.



Σχ. 1: α) Γεωμετρία διβάθμιου προσομοιώματος και β) μεταλυγισμικοί δρόμοι ισορροπίας ανεξάρτητων ιδιομορφών λυγισμού

Η γεωμετρία του παραμορφωμένου προσομοιώματος εκφράζεται ως προς τους στροφικούς βαθμούς ελευθερίας AOD=θ_x και AOC=θ_y. Οι αρχικές ατέλειες ε_x και ε_y, αντιπροσωπεύουν τις γωνίες που σχηματίζει η αρχικά ατελής ράβδος με τις προβολές της σε κάθε επίπεδο αντίστοιχα. Χωρίς να γίνει καμία απλοποιητική παραδοχή προκύπτει η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος:

$$\Pi = \frac{1}{2}c\left(\theta_x - \varepsilon_x\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(L\sin\theta_y - L\sin\varepsilon_y\right)^2 - PL\left(\cos\varepsilon - \cos\theta\right) \tag{1}$$

Μηδενίζοντας τις μερικές παραγώγους της δυναμικής ενέργειας ως προς θ_x και θ_y αντίστοιχα, προκύπτουν οι εξισώσεις ισορροπίας του συστήματος:

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\theta_x} = c(\theta_x - \varepsilon_x) - PL\frac{\sin\theta_x\cos\theta_x}{\sqrt{1-\sin^2\theta_x - \sin^2\theta_y}} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\theta_y} = kL^2(\sin\theta_y - \sin\varepsilon_y)\cos\theta_y - PL\frac{\sin\theta_y\cos\theta_y}{\sqrt{1-\sin^2\theta_x - \sin^2\theta_y}} = 0 \tag{3}$$

Κάθε τριάδα θ_x, θ_y, P που ικανοποιεί τις παραπάνω εξισώσεις, αποτελεί θέση ισορροπίας του συστήματος.

3.2 Αριθμητική επεξεργασία εξισώσεων ισορροπίας

Η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων (2), (3) πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του λογισμικού MATLAB [10]. Για την επίλυση εφαρμόστηκε μια απλοποιημένη μορφή της βασικής αρχής της μεθόδου arc-length (Crisfield [11]). Συγκεκριμένα, σε κάθε βήμα η τριάδα των λύσεων θ_x, θ_y, P προκύπτει από την τομή των δύο εξισώσεων ισορροπίας με την εξίσωση μιας σφαίρας, έτσι ώστε να συμπεριληφθούν, αν υπάρχουν, φαινόμενα snap-through ή snap-back. Σε κάθε βήμα, η προηγούμενη τριάδα λύσεων χρησιμοποιείται ως επόμενο κέντρο της σφαίρας, ενώ η ακτίνα της θεωρείται μια μικρή θετική ποσότητα. Το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων επιλύεται για διάφορες τιμές των παραμέτρων ελέγχου, οι οποίες είναι:

i) Ο λόγος των δύο φορτίων λυγισμού: $dP = P_{cr,x}/P_{cr,y} = c/(kL^2)$

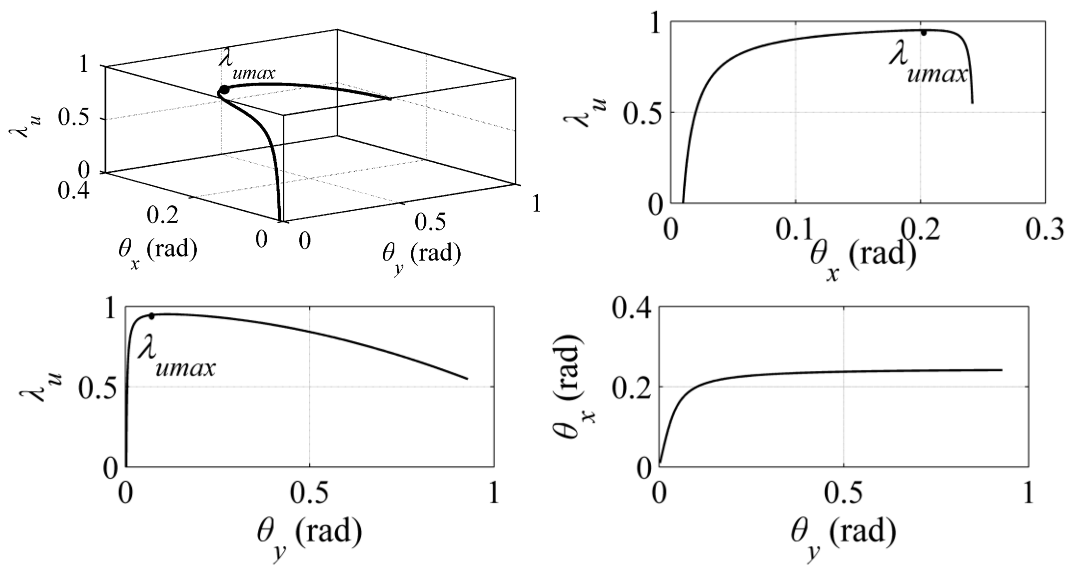
ii) Ο λόγος των αρχικών ατελειών: $d\varepsilon = \varepsilon_y/\varepsilon_x$

iii) Η τιμή της αρχικής ατέλειας κατά τη διεύθυνση x: ε_x

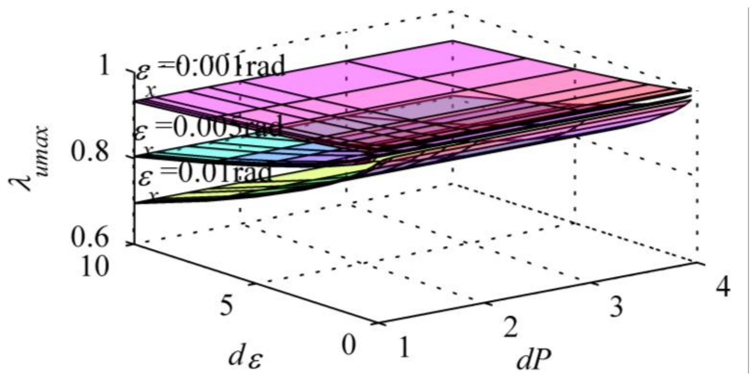
Οι παραπάνω εξισώσεις επιλύονται για δύο διαφορετικές περιπτώσεις του λόγου των κρίσιμων φορτίων *dP*. Στην πρώτη περίπτωση, κρίσιμο είναι το φορτίο λυγισμού το οποίο αντιστοιχεί στον ασταθή μεταλυγισμικό δρόμο ισορροπίας (μετακινησιακό ελατήριο), ενώ στη δεύτερη περίπτωση κρίσιμη είναι η ευσταθής ιδιομορφή λυγισμού (στροφικό ελατήριο). Και στις δύο περιπτώσεις, το επιβαλλόμενο φορτίο *P* αδιαστατοποιείται ως προς το εκάστοτε μικρότερο φορτίο λυγισμού.

3.2.1 Κρίσιμη ασταθής συμπεριφορά (dP≥1)

Όταν κρίσιμη είναι η ασταθής ιδιομορφή λυγισμού, αδιαστατοποιούμε το εξωτερικό φορτίο ως προς το $P_{cr,y}$: $\lambda_u=P/P_{cr,y}=P/(kL)$. Η μεταλυγισμική συμπεριφορά του συστήματος αποδεικνύεται ασταθής, για όλες τις τιμές των παραμέτρων ελέγχου. Ενδεικτικά παρατίθενται στο Σχήμα 2 οι δρόμοι ισορροπίας για dP=1, $d\varepsilon$=0.25 και ε_x=0.01rad. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια σειρά παραμετρικών αναλύσεων για διάφορες τιμές των dP, $d\varepsilon$, ε_x με στόχο τη διερεύνηση της επιρροής των συζευγμένων φαινομένων και των αρχικών ατελειών στη συμπεριφορά του φορέα. Στο Σχήμα 3, παρουσιάζεται μια τρισδιάστατη απεικόνιση του οριακού φορτίου λ_{umax} συναρτήσει των dP, $d\varepsilon$, ε_x.

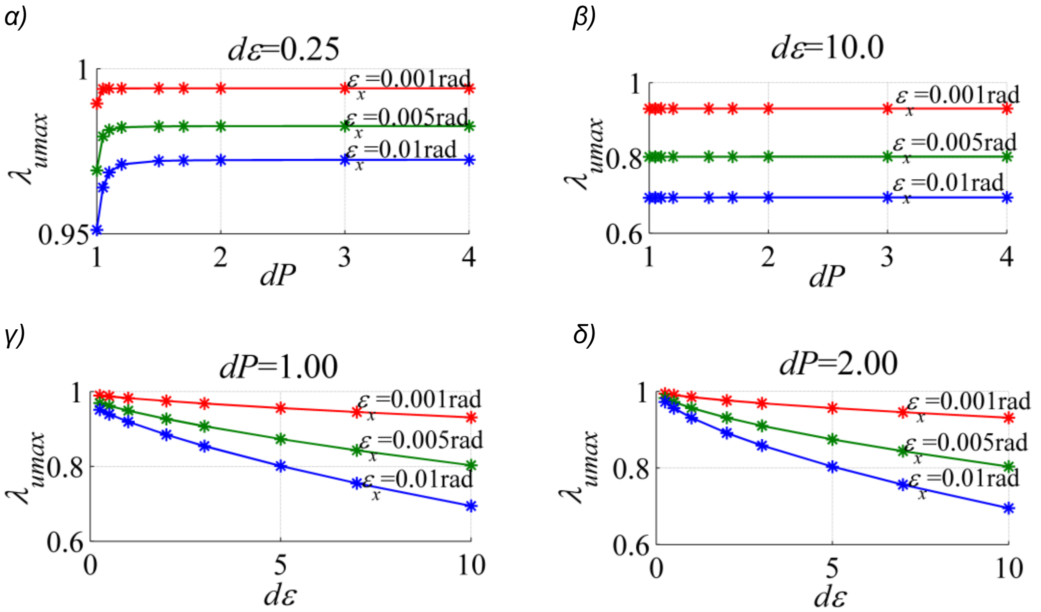


Σχ. 2: Δρόμοι ισορροπίας για dP=1, dε=0.25 και ε_x*=0.01rad*



Σχ. 3: Τρισδιάστατη απεικόνιση λ_{umax} *συναρτήσει των dP, dε,* ε_x

Στο Σχήμα 4, παρουσιάζονται κατακόρυφες τομές του παραπάνω διαγράμματος για καλύτερη κατανόηση του προβλήματος. Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 4α και 4β ο λόγος των αρχικών ατελειών παραμένει σταθερός, ενώ στο Σχήμα 4γ και 4δ δε μεταβάλλεται ο λόγος των φορτίων λυγισμού.

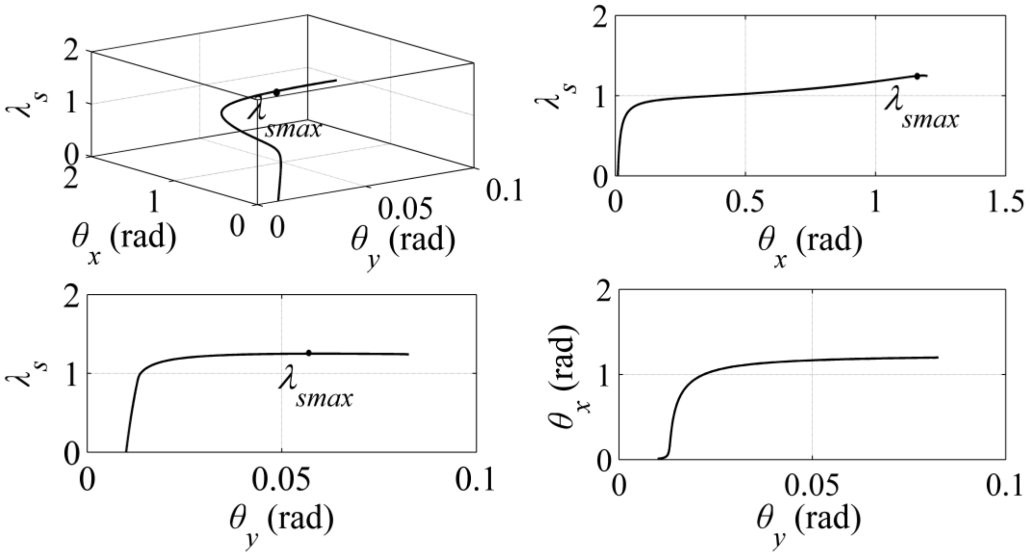


Σχ. 4: Μεταβολή λ_{umax} για σταθερό dε: α) 0.25 και β) 10, και για σταθερό dP: γ) 1.00 και δ) 2.00

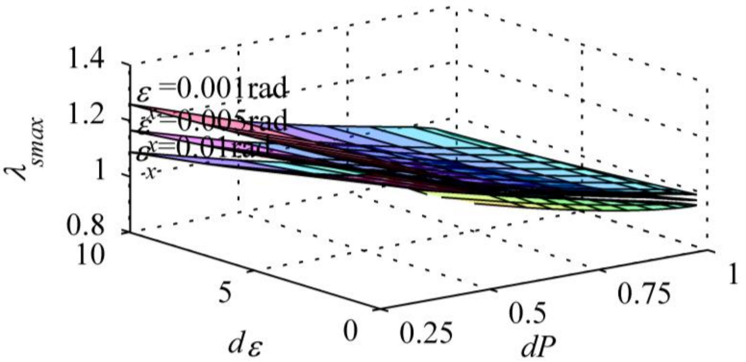
Καθώς ο λόγος των κρίσιμων φορτίων λυγισμού πλησιάζει τη μονάδα, παρατηρείται μείωση της αντοχής του φορέα, η οποία οφείλεται στην αλληλεπίδραση των δύο ιδιομορφών (Σχήμα 4α). Η αύξηση του *dε* οδηγεί εξαλείφει το παραπάνω φαινόμενο (Σχήμα 4β). Αντιθέτως, καθώς η αρχική ατέλεια ε_x αυξάνεται, γίνεται εντονότερη η αλληλεπίδραση των ιδιομορφών. Τέλος, η αύξηση των αρχικών ατελειών προκαλεί σημαντική μείωση του οριακού φορτίου του φορέα (Σχήμα 4γ και 4δ).

3.2.2 Κρίσιμη ευσταθής συμπεριφορά (dP<1)

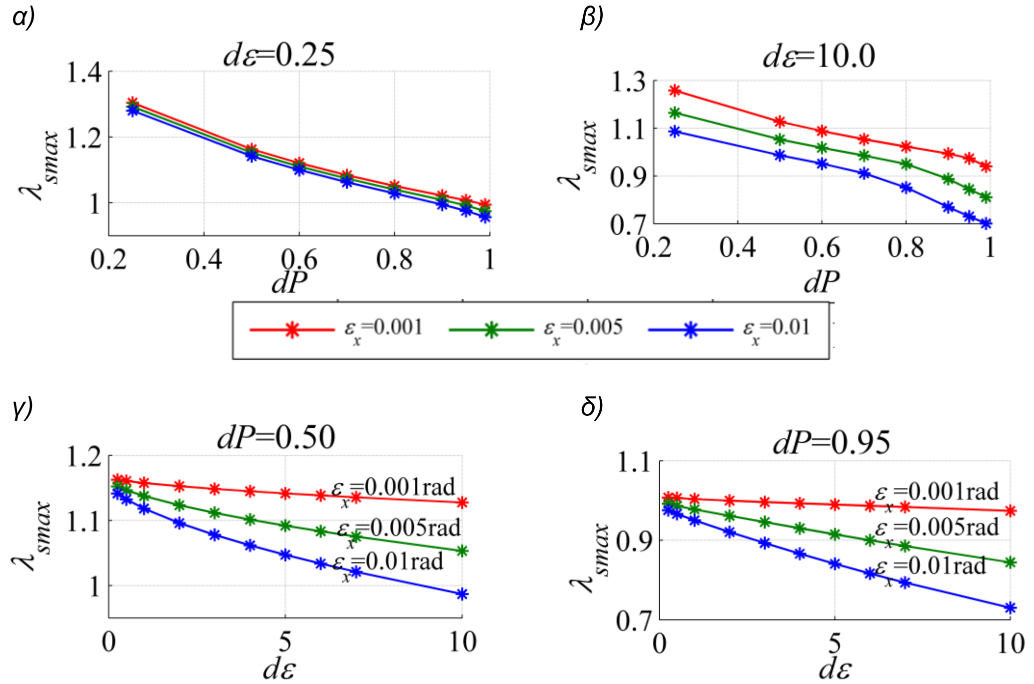
Όταν κρίσιμη είναι η ευσταθής ιδιομορφή λυγισμού, αδιαστατοποιούμε το εξωτερικό φορτίο ως προς το $P_{cr,x}$: $\lambda_s=P/P_{cr,x}=P/(c/L)$. Παρόλο που η κρίσιμη ιδιομορφή λυγισμού εμφανίζει ευστάθεια, η μεταλυγισμική συμπεριφορά του φορέα είναι ασταθής για όλες τις τιμές των παραμέτρων ελέγχου. Ενδεικτικά παρατίθενται στο Σχήμα 5 οι δρόμοι ισορροπίας για dP=0.25, $d\varepsilon$=1 και ε_x=0.01rad. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια σειρά παραμετρικών αναλύσεων για διάφορες τιμές των dP, $d\varepsilon$, ε_x. Στο Σχήμα 6, παρουσιάζεται το τρισδιάστατο διάγραμμα του οριακού φορτίου λ_{smax} συναρτήσει των dP, $d\varepsilon$, ε_x και κατόπιν φαίνονται στο Σχήμα 7 οι κατακόρυφες τομές του.



Σχ. 5: Δρόμοι ισορροπίας για dP=0.25, dε=1 και ε_x=0.01rad



Σχ. 6: Τρισδιάστατη απεικόνιση λ_{smax} συναρτήσει των dP, dε, ε_x

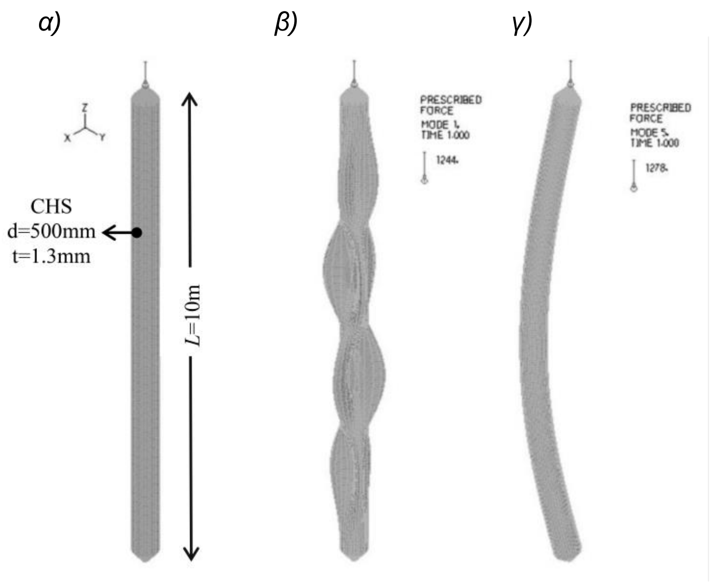


Σχ. 7: Μεταβολή λ_{smax} για σταθερό dε: α) 0.25 και β) 10, και για σταθερό dP: γ) 0.50 και δ) 0.95

Καθώς το *dP* πλησιάζει τη μονάδα, παρατηρείται σημαντική πτώση της φέρουσας ικανότητας, η οποία οφείλεται στην αλληλεπίδραση των ιδιομορφών λυγισμού, και αυξάνεται η ευαισθησία στις αρχικές ατέλειες. Καθώς το *dε* αυξάνεται, τα συζευγμένα φαινόμενα γίνονται εντονότερα σε αντίθεση με την ενότητα 3.2.1. Τέλος, η αύξηση των αρχικών ατελειών επιφέρει μεγάλη μείωση του οριακού φορτίου του φορέα.

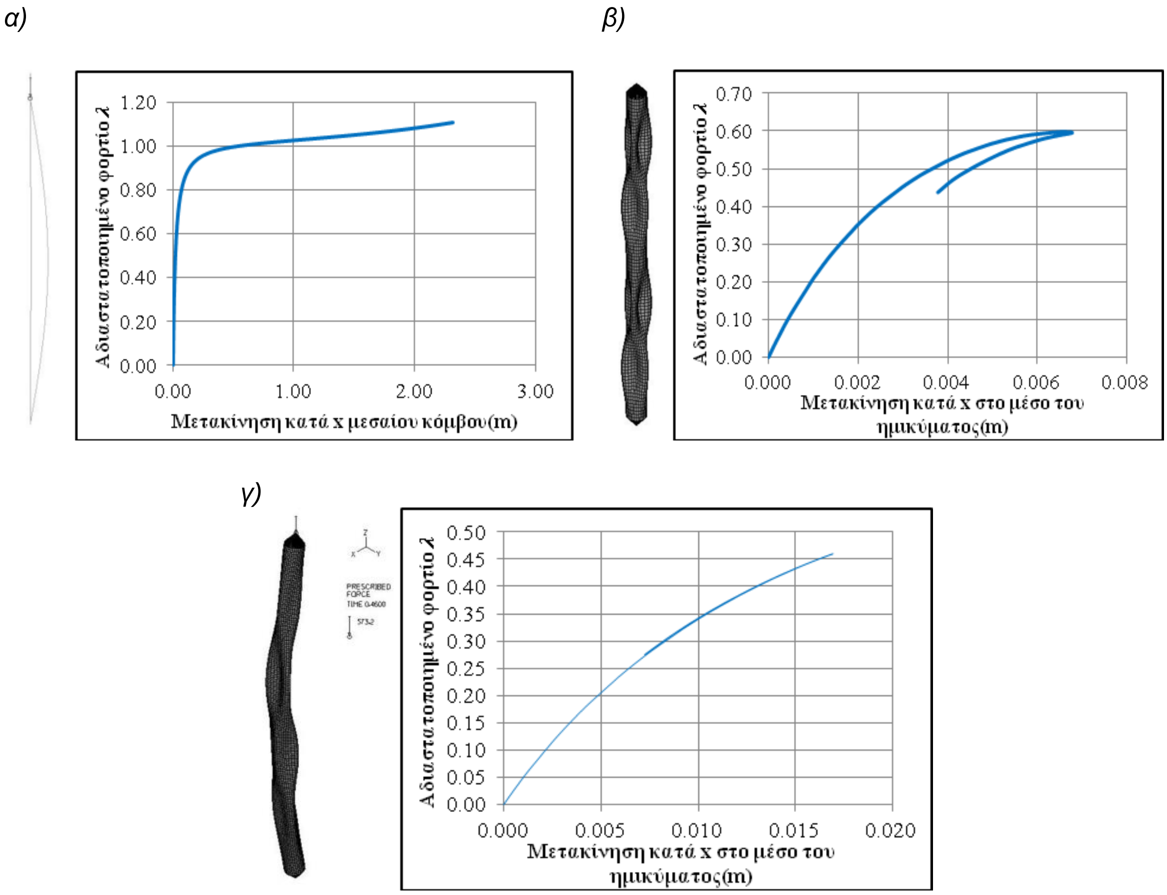
4. ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑ ΚΟΙΛΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Στο δεύτερο μέρος του παρόντος άρθρου, εξετάζεται η ευστάθεια ενός λεπτότοιχου χαλύβδινου μέλους υπό θλίψη. Συγκεκριμένα, μελετάται ένα αμφιέρειστο υποστύλωμα κοίλης κυκλικής διατομής διαμέτρου d=0.50m και μήκους L=10m, του οποίου η γεωμετρία φαίνεται στο Σχήμα 8α. Η προσομοίωσή του πραγματοποιείται με πεπερασμένα στοιχεία κελύφους, ώστε να ληφθούν υπόψη φαινόμενα τοπικού λυγισμού. Το πάχος (t=0.0013m) της διατομής επιλέγεται έτσι ώστε τοπικός και καθολικός λυγισμός να συμβαίνουν περίπου ταυτόχρονα. Τα αντίστοιχα φορτία λυγισμού είναι ίσα με: $P_{cr,local}$=1244kN and $P_{cr,global}$=1278kN (Σχήμα 8β, 8γ).



Σχ. 8: α) Γεωμετρία υποστυλώματος, β) τοπική και γ) καθολική ιδιομορφή λυγισμού

Για να εξετάσουμε την ευστάθεια των δύο ανεξάρτητων ιδιομορφών λυγισμού, πραγματοποιούμε αρχικά στατικές αναλύσεις μη γραμμικότητας γεωμετρίας. Για τη μελέτη του καθολικού λυγισμού, προσομοιώνουμε το υποστύλωμα με γραμμικά στοιχεία ώστε να εξαλείψουμε φαινόμενα τοπικού λυγισμού, ενώ για τη μελέτη του τοπικού λυγισμού, επιβάλλουμε στο φορέα κατάλληλες ενδιάμεσες στηρίξεις για να αποφευχθεί ο καθολικός λυγισμός. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 9α και 9β, ο καθολικός λυγισμός παρουσιάζει ευστάθεια ενώ ο τοπικός αστάθεια, παρόμοια με το διβάθμιο μοντέλο της προηγούμενης ενότητας. Ο κατακόρυφος άξονας αντιπροσωπεύει το επιβαλλόμενο φορτίο αδιαστατοποιημένο με το αντίστοιχο φορτίο λυγισμού.



Σχ. 9: Δρόμος ισορροπίας και παραμόρφωση: α) καθολικού λυγισμού β) τοπικού λυγισμού και γ) σύνθετης συμπεριφοράς

Στη συνέχεια, εξετάζεται η σύνθετη συμπεριφορά του υποστυλώματος. Το υλικό σε κάθε περίπτωση θεωρείται γραμμικώς ελαστικό. Οι επιβαλλόμενες αρχικές ατέλειες είναι ίσες με ε_g=0.02m and ε_l=0.005m. Ο κατακόρυφος άξονας αντιπροσωπεύει το επιβαλλόμενο φορτίο αδιαστατοποιημένο με το φορτίο τοπικού λυγισμού. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 9γ, ο μεταλυγισμικός δρόμος ισορροπίας είναι ασταθής (ο καθοδικός κλάδος συμπίπτει με τον ανοδικό), παρόμοια με το διβάθμιο μοντέλο. Για τις συγκεκριμένες αρχικές ατέλειες, το οριακό φορτίο είναι ίσο με το 46% του κρίσιμου φορτίου λυγισμού ($P_{cr,local}$=1244kN). Η αλληλεπίδραση τοπικού και καθολικού λυγισμού είναι εμφανής και από το παραμορφωμένο σχήμα.

Κατόπιν, πραγματοποιείται μια σειρά παραμετρικών αναλύσεων με σκοπό τη μελέτη της επιρροής της αλληλεπίδρασης μεταξύ καθολικού και τοπικού λυγισμού, και των αρχικών ατελειών στη συμπεριφορά του υποστυλώματος. Οι παράμετροι ελέγχου είναι ο λόγος μεταξύ των δύο κρίσιμων φορτίων λυγισμού $n=P_{cr,global}/P_{cr,local}$, η καθολική και η τοπική ατέλεια. Η μεταβολή του λόγου n, επιτυγχάνεται μέσω κατάλληλης μεταβολής του πάχους της διατομής. Οι τιμές των παραμέτρων ελέγχου είναι οι εξής:

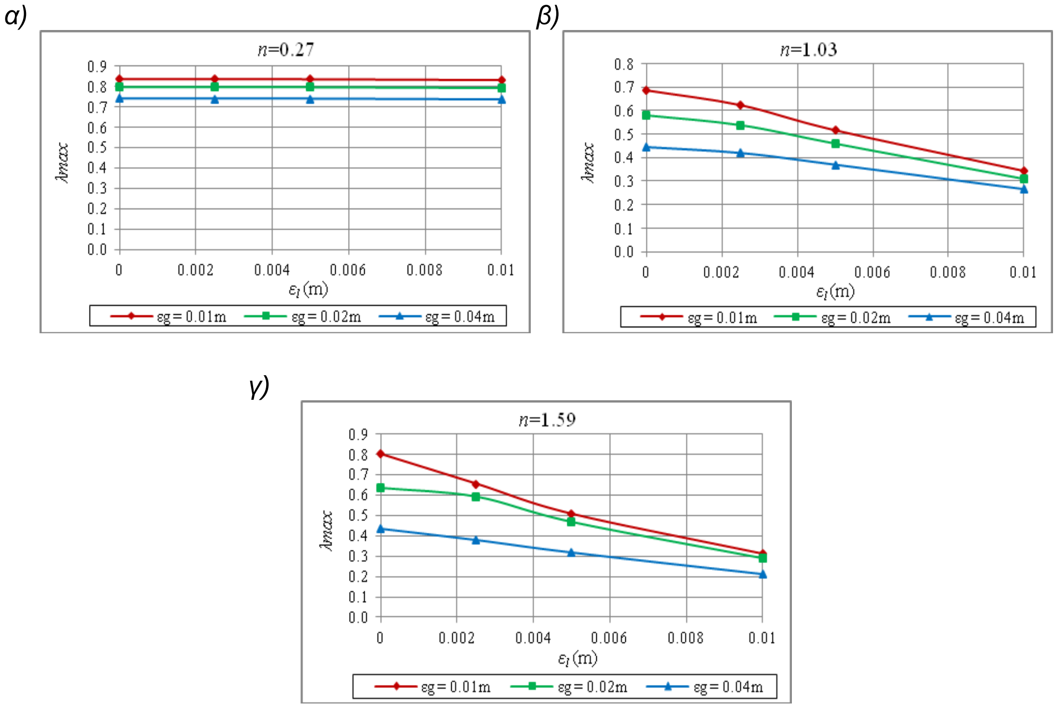
n: 0.27, 0.51, 0.90, 1.03, 1.10, 1.59

ε_l: 0, 0.0025m, 0.005m, 0.01m

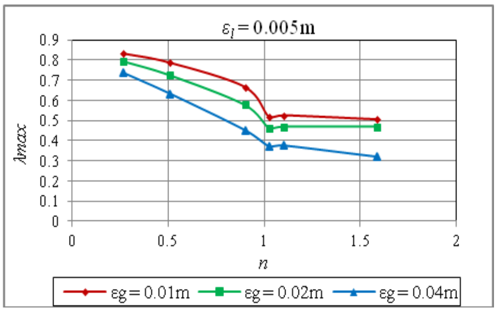
ε_g: 0.01m, 0.02m, 0.04m

Στο Σχήμα 10α, ο λόγος των φορτίων λυγισμού είναι ίσος με n=0.27. Παρόλο που ο καθολικός λυγισμός είναι κρίσιμος, η αλληλεπίδραση με την τοπική ιδιομορφή οδηγεί σε ασταθή μεταλιγισμική συμπεριφορά. Είναι φανερό ότι η αύξηση της τοπικής ατέλειας δεν επηρεάζει την αντοχή του φορέα. Αντιθέτως, η αύξηση της καθολικής ατέλειας από 0.01m σε 0.04m, οδηγεί σε πτώση της φέρουσας ικανότητας έως και 12%. Στο Σχήμα 10β, ο λόγος των φορτίων λυγισμού είναι ίσος με n=1.03. Η αλληλεπίδραση των ιδιομορφών λυγισμού είναι εμφανής, και αυτή τη φορά και οι δύο ατέλειες επηρεάζουν σημαντικά την αντοχή του υποστυλώματος. Ομοίως στο Σχήμα 10γ, όπου κρίσιμος είναι ο τοπικός λυγισμός, και οι δύο αρχικές ατέλειες συντελούν στη διαμόρφωση του οριακού φορτίου.

Στο Σχήμα 11, η τοπική ατέλεια είναι σταθερή και ίση με 0.005m. Καθώς ο λόγος n αυξάνεται από 0.27 σε 1.03, η αντοχή του φορέα μειώνεται λόγω επίδρασης φαινομένων αλληλεπίδρασης ιδιομορφών λυγισμού. Αξιοσημείωτο είναι ότι το οριακό φορτίο για n=1.03 και ε_g=0.04m είναι μεγαλύτερο από την περίπτωση όπου n=1.59 και ε_g=0.04m. Συνεπώς, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η αλληλεπίδραση της ευσταθούς ιδιομορφής με την ασταθή, οδηγεί σε κάποιες περιπτώσεις σε πιο ευνοϊκή απόκριση του φορέα.



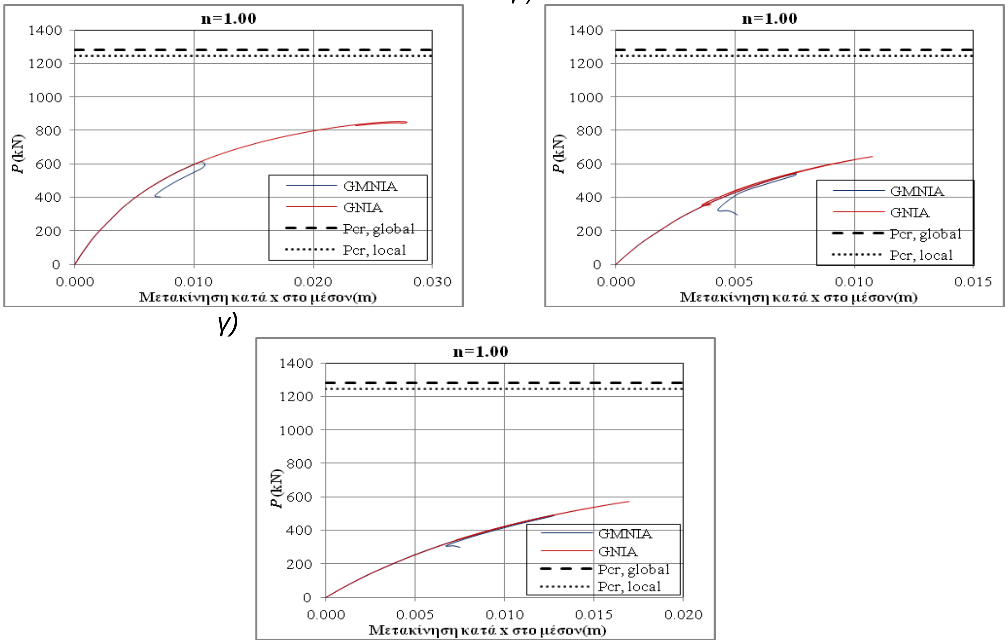
Σχ. 10: Μεταβολή του λ_{max} για σταθερό n: α) 0.27, β) 1.03 και γ) 1.59



Σχ. 11: Μεταβολή του λ_{max} για σταθερό ε_l=0.005m

Κατόπιν, μελετάται η σύνθετη συμπεριφορά του υποστυλώματος με τη θεώρηση όμως μη γραμμικού νόμου υλικού. Συγκεκριμένα, θεωρούμε ελαστοπλαστικό υλικό με όριο διαρροής f_y=355MPa. Στο Σχήμα 12, φαίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του φορέα κατά τη x διεύθυνση για α) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0, β) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0.005m και γ) n=1.00, ε_g=0.02m, ε_l=0.005m.

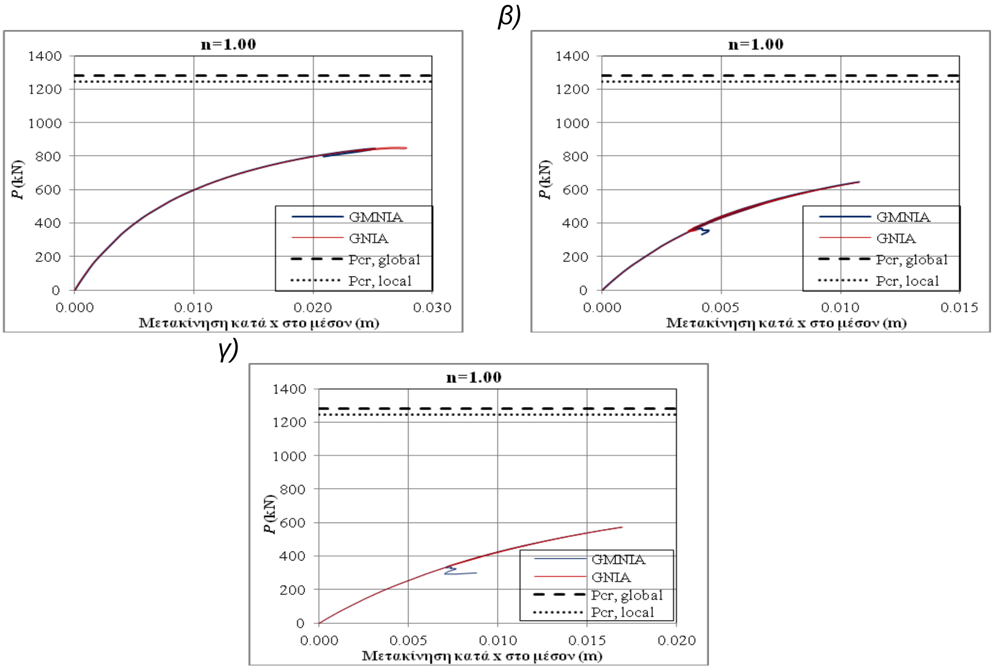
α) β) γ)



Σχ. 12: Δρόμοι ισορροπίας για: α) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0, β) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0.005m και γ) n=1.00, ε_g=0.02m, ε_l=0.005m και υλικό f_y=355MPa

Όπως είναι φανερό από το παραπάνω σχήμα, η αστοχία του υλικού είναι η κρίσιμη και συμβαίνει πρώτη. Για να διερευνήσουμε τυχόν αλληλεπίδραση ανάμεση σε αστοχία λόγω διαρροής υλικού και αστοχίας λόγω γεωμετρικής αστάθειας, επιλέγουμε ένα ιδεατό υλικό με μεγάλη τάση διαρροής, έτσι ώστε οι δύο μορφές αστοχίας να συμβαίνουν για παραπλήσια φορτία. Στο Σχήμα 13, φαίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του φορέα για α) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0, β) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0.005m και γ) n=1.00, ε_g=0.02m, ε_l=0.005m και χάλυβα με τάση διαρροής f_y=600MPa.

α) β) γ)



Σχ. 13: Δρόμοι ισορροπίας για: α) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0, β) n=1.00, ε_g=0.01m, ε_l=0.005m και γ) n=1.00, ε_g=0.02m, ε_l=0.005m και υλικό f_y=600MPa

Στη δεύτερη περίπτωση, όπου αστοχία λόγω διαρροής υλικού και λόγω αστάθειας συμβαίνουν ταυτόχρονα, παρατηρείται ιδιαίτερη ευαισθησία στην αύξηση των ατελειών. Συγκεκριμένα, για υλικό f_y=355MPa η αύξηση των αρχικών ατελειών από ε_g=0.01m και ε_l=0 σε ε_g=0.02m και ε_l=0.005m οδηγεί σε μείωση της αντοχής κατά 20%, ενώ για f_y=600MPa η αντοχή μειώνεται κατά 32% για αντίστοιχη αύξηση των ατελειών.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν άρθρο, μελετάται η αλληλεπίδραση μεταξύ μιας ευσταθούς και μιας ασταθούς ιδιομορφής λυγισμού, μέσω μιας σειράς παραμετρικών αναλύσεων σε ένα διβάθμιο προσομοίωμα και σε ένα λεπτότοιχο θλιβόμενο χαλύβδινο μέλος. Αποδεικνύεται ότι η σύνθετη συμπεριφορά είναι σε κάθε περίπτωση ασταθής, και χαρακτηρίζεται από ευαισθησία στις αρχικές ατέλειες. Αξιοσημείωτο είναι ότι σε κάποιες περιπτώσεις μπορεί η αλληλεπίδραση της ευσταθούς ιδιομορφής με την ασταθή, να επιδρά ευνοϊκά στην τελική φέρουσα ικανότητα του φορέα. Τέλος, στην περίπτωση όπου λαμβάνεται υπόψη και η μη γραμμικότητα του υλικού, είναι αυτή συνήθως που προηγείται της γεωμετρικής αστοχίας, ενώ αλληλεπίδραση των δύο μορφών αστοχίας οδηγεί σε μεγάλη ευαισθησία στις αρχικές ατέλειες.

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] BAZANT Z.P., CEDOLIN L. “Stability of structures”, *Oxford University Press*, 1991.

[2] CHILVER A.H. “Coupled modes of elastic buckling”, *J Mech Phys Solids*, Vol. 15, 1967, pp. 15-28.

[3] KOITER W.T. “On the stability of elastic equilibrium”, Dissertation, Holland, Delft, 1945.

[4] SUPPLE W.J. “Coupled branching configurations in the elastic buckling of symmetric structural systems”, *Int J Mech Sci*, Vol. 9, 1967, pp. 97-112.

[5] JOHNS K.C. “Imperfection sensitivity of coincident buckling systems”, *Int J Non-Linear Mech*, Vol. 9, 1974, pp. 1-21.

[6] VAN dER NEUT A. “The interaction of local buckling and column failure of thin-walled compression members”, *12th Int Congr of Applied Mechanics*, Stanford, Springer Verlag, Berlin, 1969, pp. 389-399.

[7] VAN dER NEUT A. “The sensitivity of thin-walled compression members to column axis imperfection”, *Int J Solids Struct*, Vol. 9, 1973, pp. 999-1011.

[8] AUGUSTI G. “Stabilita di strutture elastiche elementari in presenza di grandi spostamenti”, *Atti dell’ Accademia Scienze fisiche e matematiche*, Napoli, Vol. 4, No. 5, 1964.

[9] LIVANOU M.A., GANTES C.J. and AVRAAM T.P. “Revisiting the problem of buckling mode interaction in 2-DOF models and built-up columns”, *Proceeding of international association for shell and spatial structures (IASS) symposium 2013 “Beyond the Limits of Man”,* Wroclaw (Poland), 23-27 Sep. 2013.

[10] MATLAB R2008b, The MathWorks Inc, 2008.

[11] CRISFIELD M.A. “A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through”, *Comput Struct*, 1981, Vol. 13, pp. 55-62.

INTERACTION OF INELASTIC GLOBAL AND LOCAL BUCKLING IN STEEL BARS UNDER COMPRESSION

Maria Livanou
PhD Candidate
National Technical University of Athens
Athens, Greece
e-mail: livanoumaria@gmail.com

Charis Gantes
Professor
National Technical University of Athens
Athens, Greece
e-mail: chgantes@central.ntua.gr

SUMMARY

Buckling mode interaction of elastic systems in the presence of initial imperfections is well-known to have a detrimental effect on the response of a wide range of structural systems. In order to acquire additional insight into this issue, in the first part of the present paper a modified version of the well-known elastic 2-DOF Augusti model, whose independent buckling modes are stable and unstable respectively, is studied analytically without any simplifying assumptions with respect to the magnitude of deformation, in order to accurately demonstrate the effect of coupling phenomena in the presence of imperfections. Afterwards, the elastic response of a thin-walled simply supported column with hollow circular section is illustrated numerically, characterized by interaction between global and local buckling, featuring similar response to that of the 2-DOF model, thus demonstrating occurrence of such behaviour in actual structural systems. Finally, the effect of material nonlinearity on the column's response is also taken into consideration, in order to investigate the interaction between material and geometrical instability failure.