

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΟΥ ΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΜΕΛΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΠΛΑΣΙΩΝ ΜΕ ΑΜΦΙΚΛΙΝΗ ΖΥΓΩΜΑΤΑ

Μαρία Λιβανού

Υποψήφια Διδάκτωρ
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: livanoumaria@gmail.com

Μαρία Κατσιδονιωτάκη

Φοιτήτρια
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: mkatsid@gmail.com

Χάρης Γαντές

Καθηγητής
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: chgantes@central.ntua.gr

Τάσος Αβραάμ

Επίκουρος Καθηγητής
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα, Ελλάδα
e-mail: avraamt@central.ntua.gr

1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία εξετάζονται μεταλλικά πλαίσια με αμφικλινή ζυγώματα, τα οποία απαντώνται συχνά στην πράξη σε βιομηχανικά κτίρια, αποθήκες και υπόστεγα. Πιο συγκεκριμένα, τα πλαίσια αυτά μελετώνται αναλυτικά και αριθμητικά με στόχο την εύρεση του μήκους λυγισμού τόσο των υποστυλωμάτων όσο και των ζυγωμάτων τους, για διάφορες τιμές των γεωμετρικών χαρακτηριστικών τους, των δυσκαμψιών τους και των συνθηκών στήριξης. Το μήκος λυγισμού τους, αποτελεί απαραίτητο στοιχείο για τον υπολογισμό της λυγηρότητάς τους και εν συνεχεία την κανονιστική διαστασιολόγησή τους.

2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

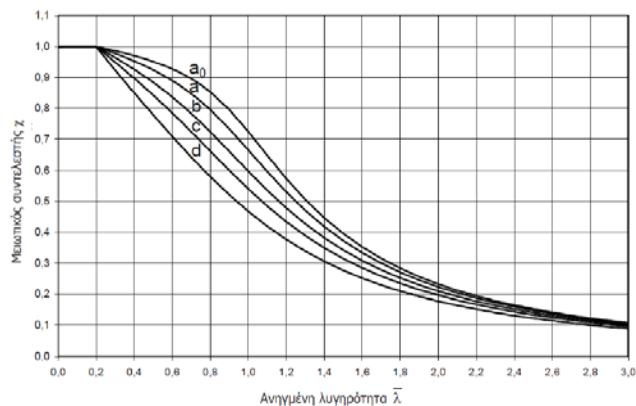
Ο σχεδιασμός μεταλλικών πλαισίων, τα οποία αποτελούν το συνηθέστερο στατικό σύστημα των μεταλλικών κτιρίων, γίνεται βάσει των κριτηρίων που προτείνει ο Ευρωκώδικας 3 [1]. Τα υποστυλώματα των πλαισίων αυτών, αναπτύσσουν κυρίως θλίψη

και συνεπώς, για τη διαστασιολόγησή τους έναντι θλιπτικού φορτίου, απαιτείται ο υπολογισμός του μειωτικού συντελεστή χ έναντι καμπτικού λυγισμού. Για την εύρεση του εν λόγω συντελεστή, απαιτείται ο υπολογισμός της λυγηρότητας του μέλους, η οποία εξαρτάται άμεσα από τις συνθήκες στήριξής του. Στον Ευρωκώδικα 3 προτείνονται κατάλληλοι συντελεστές για τον υπολογισμό του μήκους λυγισμού υποστυλωμάτων, τα οποία είναι μέρη πλαισίων με οριζόντια ζυγώματα. Για την περίπτωση κεκλιμένων ζυγώματων δεν υπάρχει κάποια πρόβλεψη, και ως εκ τούτου στόχος της παρούσας εργασίας είναι η διερεύνηση αυτών των περιπτώσεων.

Με αφορμή αυτό το κενό στη βιβλιογραφία, στο συγκεκριμένο άρθρο διατυπώνονται οι ακριβείς αναλυτικές σχέσεις που περιγράφουν τον λυγισμό, και άρα το μήκος και το φορτίο λυγισμού, των μελών πλαισίων με αμφικλινή ζυγώματα, για δύο περιπτώσεις συνθηκών στήριξης στη βάση. Οι σχέσεις αυτές επιλύονται για διάφορες τιμές των παραμέτρων ελέγχου, οι οποίες επιλέγεται να είναι η κλίση του ζυγώματος, οι δυσκαμψίες των μελών και ο λόγος του ύψους του υποστυλώματος προς το άνοιγμα του πλαισίου. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά που προκύπτουν αριθμητικά, χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, ώστε να επιβεβαιωθεί η ορθότητα των αναλυτικών σχέσεων. Τέλος, γίνεται επίλυση των αναλυτικών σχέσεων για μεγάλο εύρος των παραμέτρων ελέγχου και τα αποτελέσματα αξιολογούνται αναλόγως.

3. ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ 3

Για τον υπολογισμό του συντελεστή απομείωσης της αντοχής των μελών έναντι λυγισμού, όπως αναφέρθηκε συνοπτικά και παραπάνω, στον Ευρωκώδικα 3 προτείνεται η παρακάτω διαδικασία. Ανάλογα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής του, το μέλος κατατάσσεται σε κάποια από τις καμπύλες λυγισμού (Σχήμα 1) ώστε να ληφθούν υπόψη οι αρχικές ατέλειες. Σε συνδυασμό με την ανηγμένη λυγηρότητα, για τον υπολογισμό της οποίας απαιτείται το μήκος λυγισμού του μέλους, προκύπτει τελικά ο μειωτικός συντελεστής χ , βάσει του οποίου υπολογίζεται η αντοχή του μέλους σε θλίψη.

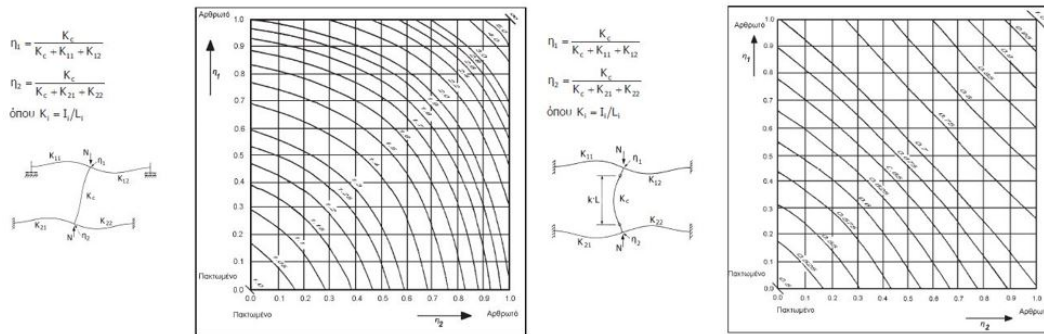


Σχ. 1: Καμπύλες Λυγισμού

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{cr} ενός θλιβόμενου μέλους υπολογίζεται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_{cr}^2} \quad (1)$$

Όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού, I η ροπή αδρανείας της διατομής και l_{cr} το μήκος λυγισμού του μέλους, το οποίο ισοδυναμεί με ένα ποσοστό k του συνολικού του μήκους και εξαρτάται από τις συνοριακές του συνθήκες. Στις περιπτώσεις σαφών συνοριακών συνθηκών, όπως είναι η άρθρωση, η πάκτωση, η κύλιση ή το ελεύθερο άκρο, ο προσδιορισμός του συντελεστή k είναι γνωστός. Στην περίπτωση των πλαισίων όμως, οι συνοριακές συνθήκες δεν είναι σαφείς, και υπολογίζονται βάσει των στροφικών και μετακινησιακών δεσμεύσεων που επιβάλλουν τα γειτονικά μέλη στο μέλος υπό εξέταση. Στο Σχήμα 2, φαίνεται ο τρόπος υπολογισμού του μήκους λυγισμού μεμονωμένων υποστυλωμάτων ανάλογα με τη μεταθετότητα ή μη των άκρων τους, και τις δυσκαμψίες των ζυγωμάτων τους.



Σχ. 2: Λόγος μήκους λυγισμού προς γεωμετρικό μήκος για υποστυλώματα με (α) μεταθετά και (β) αμετάθετα άκρα

Ένα πρόβλημα που προκύπτει από τη χρήση των παραπάνω διαγραμμάτων είναι ότι υπάρχουν περιπτώσεις πλαισίων, τα οποία δε χαρακτηρίζονται από μια αμιγώς μεταθετή ή αμετάθετη συμπεριφορά, και συνεπώς η συμπεριφορά τους βρίσκεται κάπου ενδιάμεσα. Πέραν τούτου, στον Ευρωκώδικα 3 δεν προτείνονται αντίστοιχες σχέσεις για πλαίσια με κεκλιμένα ζυγώματα, τα οποία αποτελούν στατικά συστήματα μεταλλικών κτιρίων βιομηχανικής χρήσης και υποστέγων που χρησιμοποιούνται ευρέως στην πράξη.

4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

Όπως είναι γνωστό από τη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας [2], η εξίσωση που περιγράφει την παραμορφωμένη κατάσταση ενός μέλους, το οποίο έχει υποστεί λυγισμό λόγω θλιπτικού φορτίου P , είναι η εξής:

$$w(x) = A \sin kx + B \cos kx + \Gamma x + \Delta \quad (2)$$

όπου $k^2 = P/(EI)$

Οι A, B, Γ και Δ είναι σταθερές ολοκληρώσεως οι οποίες προσδιορίζονται από ισάριθμες συνοριακές συνθήκες στήριξης του φορέα. Κατά την εύρεση των σταθερών αυτών προκύπτει η εξίσωση λυγισμού, λύσεις της οποίας αποτελούν όλα τα πιθανά k , το μικρότερο εκ των οποίων αντιστοιχεί στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Παρακάτω παρατίθενται οι αναλυτικές εξισώσεις γραμμικού λυγισμού πλαισίων με αμφικλινή ζυγώματα για τις εξής περιπτώσεις:

- (1) Άρθρωση στη βάση και θλιπτικό φορτίο μόνο στα υποστυλώματα
- (2) Άρθρωση στη βάση και θλιπτικό φορτίο σε υποστυλώματα και ζυγώματα
- (3) Πάκτωση στη βάση και θλιπτικό φορτίο μόνο στα υποστυλώματα
- (4) Πάκτωση στη βάση και θλιπτικό φορτίο σε υποστυλώματα και ζυγώματα

Για τα θλιβόμενα μέλη i ισχύει η εξίσωση (3):

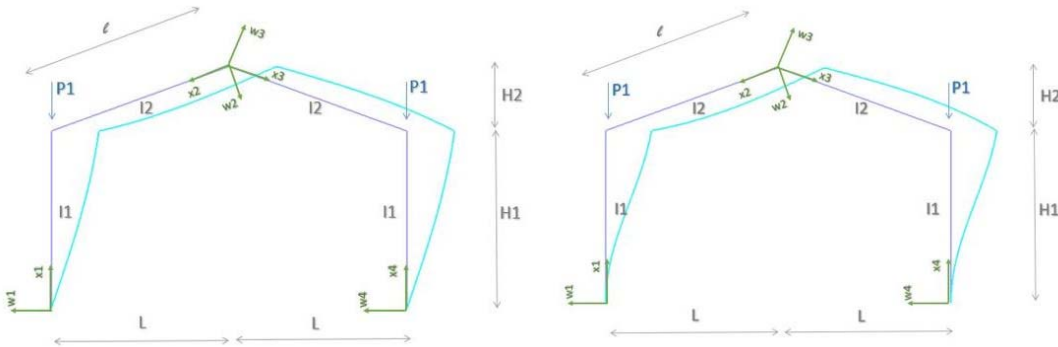
$$w_i(x_i) = A_i \sin(k_i x_i) + B_i \cos(k_i x_i) + \Gamma_i x_i + \Delta_i \quad (3)$$

όπου $k_i^2 = P_i / (EI_i)$

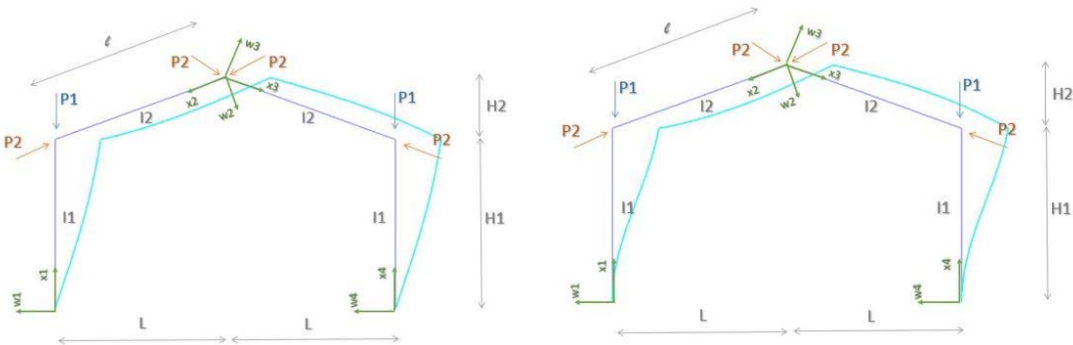
Για τα μέλη j , τα οποία δεν δέχονται θλιπτικό φορτίο, ισχύει η εξίσωση (4):

$$w_j(x_j) = A_j x_j^3 + B_j x_j^2 + \Gamma_j x_j + \Delta_j \quad (4)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις με τις συνοριακές συνθήκες του εκάστοτε προβλήματος, προκύπτει για κάθε περίπτωση η εξίσωση λυγισμού του πλαισίου, η λύση της οποίας αποτελεί το φορτίο στο οποίο λυγίζει ο φορέας. Οι συνοριακές συνθήκες αποτελούνται από ισορροπίες μετακινήσεων, στροφών, ροπών και τεμνουσών δυνάμεων στους κόμβους του πλαισίου. Εκτελώντας μια σειρά παραμετρικών αναλύσεων στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA [3], απεδείχθη ότι κρίσιμη είναι πάντοτε η αντισυμμετρική ιδιομορφή λυγισμού με μετάθεση.



Σχ. 3: Πλαίσια με θλιπτικό φορτίο στα υποστυλώματα για (α) αρθρώσεις και (β) πακτώσεις στη βάση



Σχ. 4: Πλαίσια με θλιπτικό φορτίο στα υποστυλώματα και στα ζυγώματα για (α) αρθρώσεις και (β) πακτώσεις στη βάση

Θεωρώντας ως $x = k_1 H_1$ και $y = k_2 l = x \frac{l}{H_1} \sqrt{\frac{I_1 P_2}{I_2 P_1}}$, παρατίθενται οι εξισώσεις λυγισμού κάθε περίπτωσης στον Πίνακα 1.

Πλαίσια	Εξίσωση Λυγισμού
Περίπτωση 1	$f(x) = 3I_2 \cos x - I_1 x \frac{l}{H_1} \sin x$
Περίπτωση 2	$f(x) = I_2 y^2 \frac{1}{l} \cos x \sin y - I_1 x \frac{1}{H_1} \sin x \sin y + I_1 y x \frac{1}{H_1} \sin x \cos y$
Περίπτωση 3	$f(x) = 3I_2 \sin x - I_1 x \frac{l}{H_1} \cos x$
Περίπτωση 4	$f(x) = I_1 y x \frac{1}{H_1} \cos x \cos y + I_2 y^2 \frac{1}{l} \sin x \sin y - I_1 x \frac{1}{H_1} \cos x \sin y$

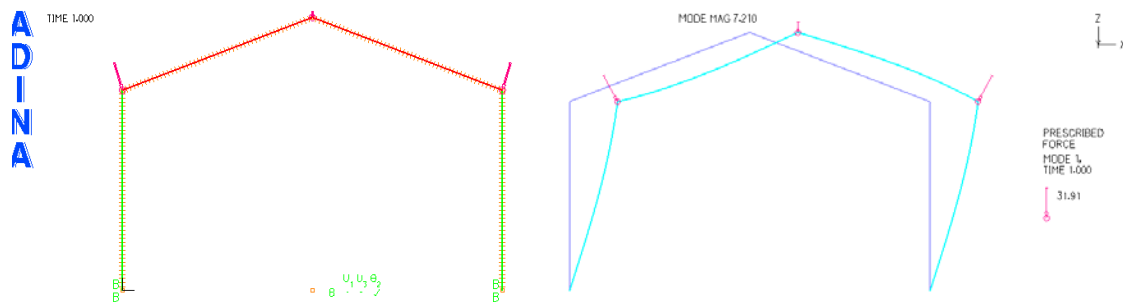
Πιν. 1: Εξισώσεις Λυγισμού

5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Μετά τη διατύπωση των αναλυτικών σχέσεων του προβλήματος και τον υπολογισμό του φορτίου λυγισμού, κρίθηκε σκόπιμο να συγκριθούν τα αναλυτικά αποτελέσματα με αντίστοιχα αριθμητικά ώστε να επιβεβαιωθεί η ορθότητά τους. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Η προσομοίωση των πλαισίων έγινε με πεπερασμένα στοιχεία δοκού (Σχήμα 5(α)) και το πρόβλημα λύθηκε για διάφορες τιμές των παραμέτρων ελέγχου, οι οποίες είναι:

- Η γωνία φ που σχηματίζει το ζυγώμα με τον οριζόντιο άξονα
- Ο λόγος των ροπών αδράνειας του ζυγώματος προς του υποστυλώματος I_2/I_1
- Ο λόγος του ύψους του υποστυλώματος προς το άνοιγμα του πλαισίου $H_1/2L$
- Ο λόγος του θλιπτικού φορτίου του ζυγώματος προς αυτό του υποστυλώματος P_2/P_1

Στο Σχήμα 5, φαίνεται ένα ενδεικτικό πλαίσιο για $\varphi=20^\circ$ και $H_1/2L=0.5$. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού είναι αντισυμμετρική με μετάθεση όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5(β).



Σχ. 5: (α) Προσομοίωση πλαισίου στο ADINA (β) 1^η ιδιομορφή λυγισμού

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων και οι αποκλίσεις τους από τα αντίστοιχα αναλυτικά. Η μέγιστη απόκλιση των δύο λύσεων είναι 0,8%, επιβεβαιώνοντας την ορθότητα των αναλυτικών σχέσεων.

	I ₂ /I ₁	H ₁ /2L	P ₂ /P ₁	φ(°)					
				0		20		60	
				P _{ADINA} (kN)	Απόκλιση %	P _{ADINA} (kN)	Απόκλιση %	P _{ADINA} (kN)	Απόκλιση %
Αρθρώσεις	1	0.5	0	35,33	0,008	34,35	0,001	24,27	0,003
			0.3	34,88	0,006	33,84	0,010	23,05	0,006
			0.5	34,56	0,004	33,49	0,004	22,23	0,001
	1	1	0	11,31	0,040	11,12	0,001	8,83	0,017
			0.3	11,28	0,035	11,09	0,002	8,72	0,001
			0.5	11,27	0,000	11,06	0,001	8,64	0,002
			0	45,77	0,051	45,00	0,055	35,99	0,090
	2	0.5	0.3	45,53	0,104	44,75	0,055	35,09	0,093
			0.5	45,40	0,056	44,58	0,055	34,46	0,800
			0	57,38	0,003	57,14	0,001	53,83	0,002
10	0.5	0.3	57,36	0,800	57,12	0,002	53,71	0,002	
		0.5	57,35	0,003	57,11	0,003	53,63	0,001	
Πακτώσεις	1	0.5	0	149,86	0,015	146,76	0,012	117,5	0,011
			0.3	143,43	0,018	139,65	0,021	99,98	0,015
			0.5	138,68	0,016	134,36	0,017	87,38	0,020
	1	1	0	45,85	0,014	45,14	0,007	37,46	0,804
			0.3	45,37	0,093	44,66	0,016	35,85	0,008
			0.5	45,12	0,009	44,32	0,013	34,67	0,009
			0	185,24	0,033	182,48	0,033	151,9	0,057
	2	0.5	0.3	181,51	0,252	178,64	0,038	138,61	0,069
			0.5	179,42	0,041	175,78	0,042	128,10	0,082
			0	229,609	0,024	228,66	0,023	215,62	0,017
10	0.5	0.3	229,33	0,026	228,32	0,023	213,61	0,017	
		0.5	229,12	0,022	228,09	0,024	212,06	0,017	

Πιν. 2: Αριθμητικά αποτελέσματα και αποκλίσεις από αναλυτικά, για ορισμένες τιμές των παραμέτρων του πλαισίου.

6. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ

Αφού επιβεβαιώθηκε η αξιοπιστία των αναλυτικών σχέσεων μέσω της σύγκρισής τους με τις αριθμητικές, επιλύονται για τις παρακάτω τιμές των παραμέτρων ελέγχου και για δύο συνθήκες στήριξης στη βάση των πλαισίων (άρθρωση και πάκτωση), με χρήση του προγράμματος αριθμητικής ανάλυσης MATLAB [4]:

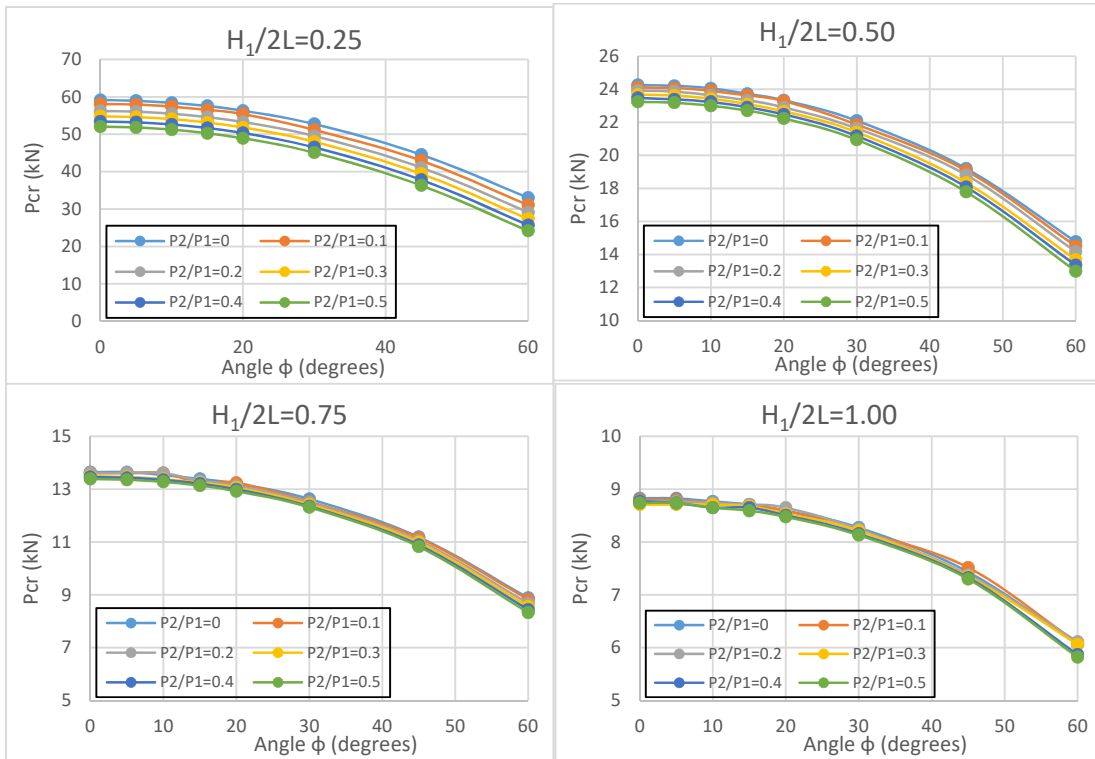
φ: 0, 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60

P₂/P₁: 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

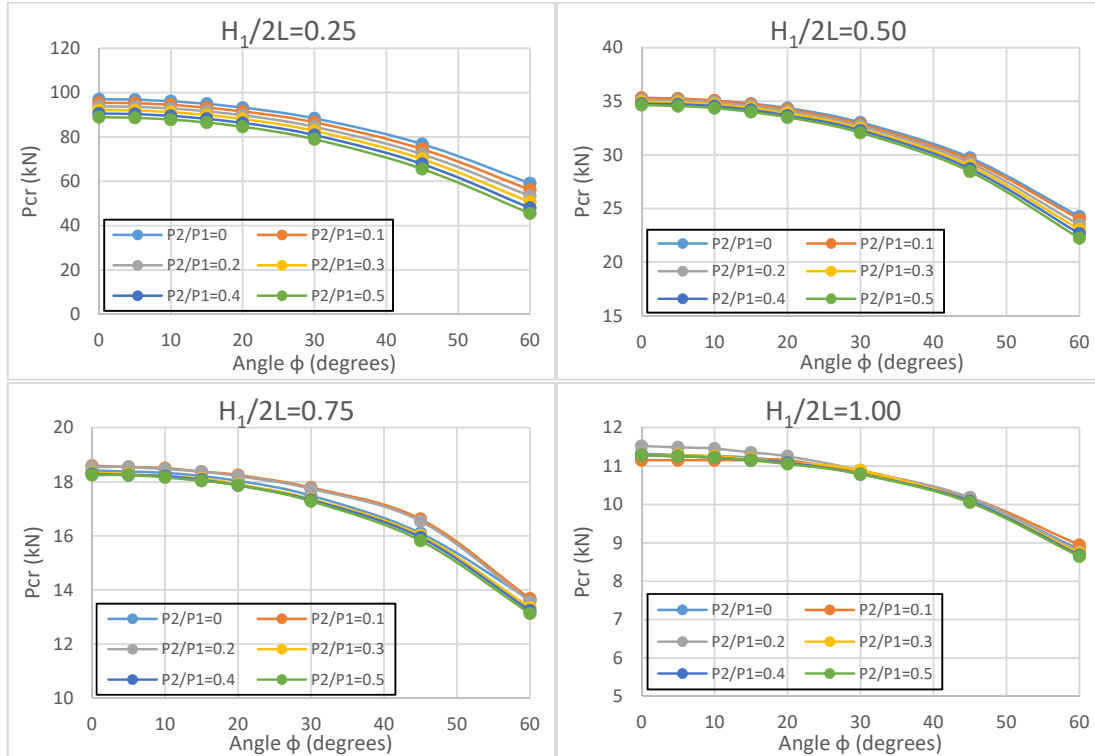
I₂/I₁: 0.5, 1, 2, 10

H₁/2L: 5, 10, 15, 20

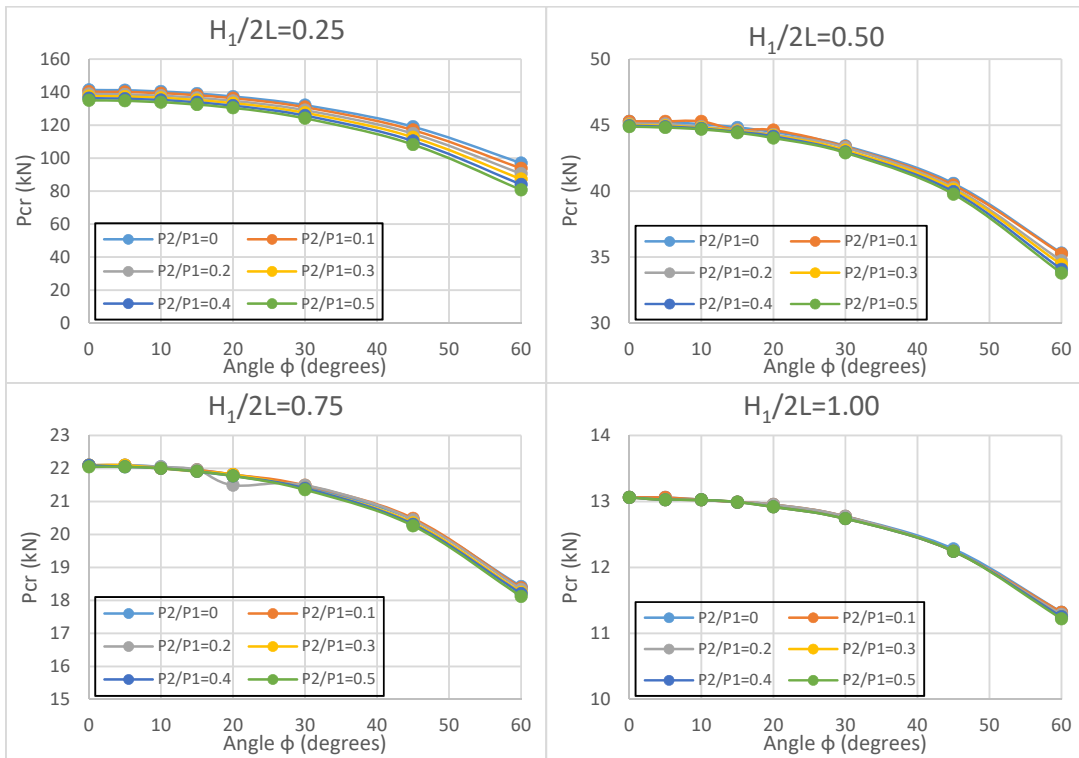
Τα μεγέθη που διατηρούνται σταθερά καθώς μεταβάλλονται οι λόγοι, είναι το άνοιγμα του πλαισίου 2L=20m και η ροπή αδρανείας του υποστυλώματος I₁=1.183·10⁻⁵ m⁴. Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα που προέκυψαν από τις παραμετρικές αναλύσεις:



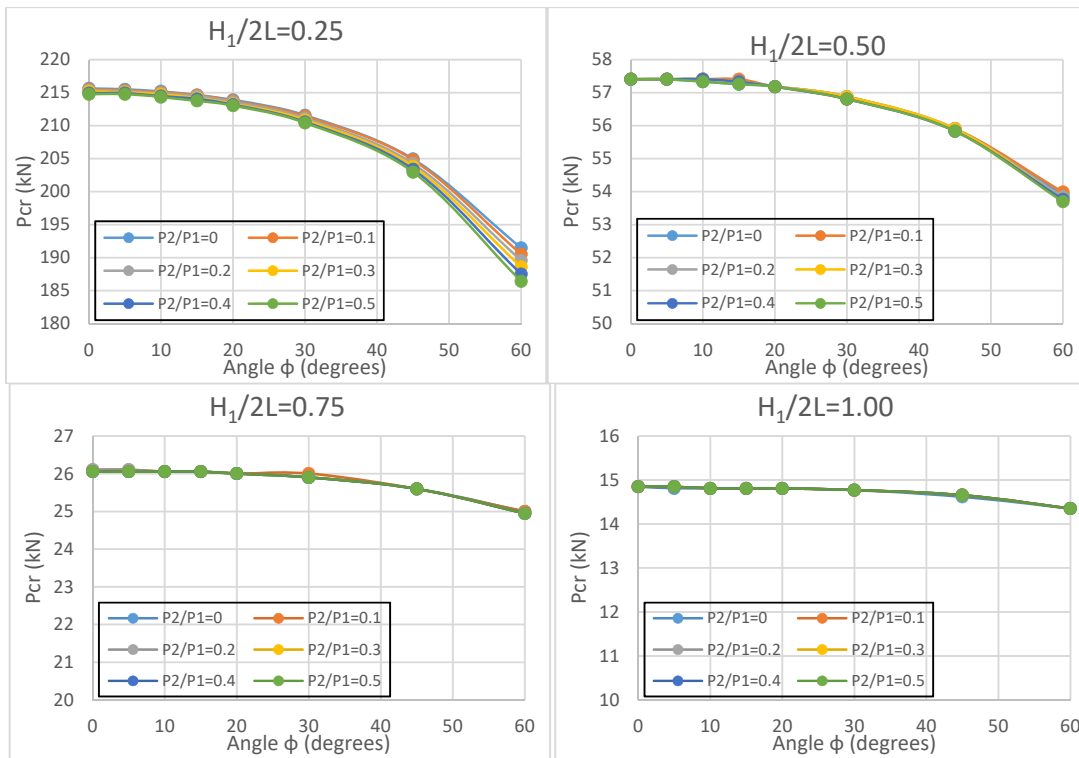
Σχ. 6: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με αρθρώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=0.50$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00



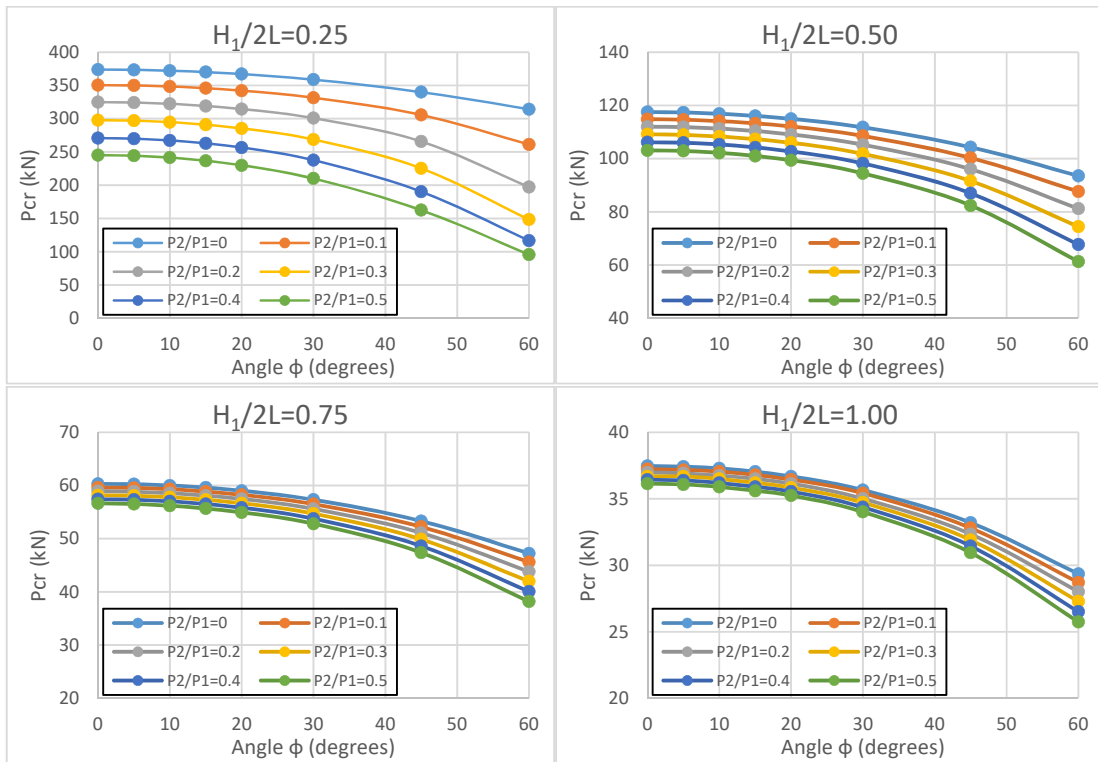
Σχ. 7: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με αρθρώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=1.00$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00



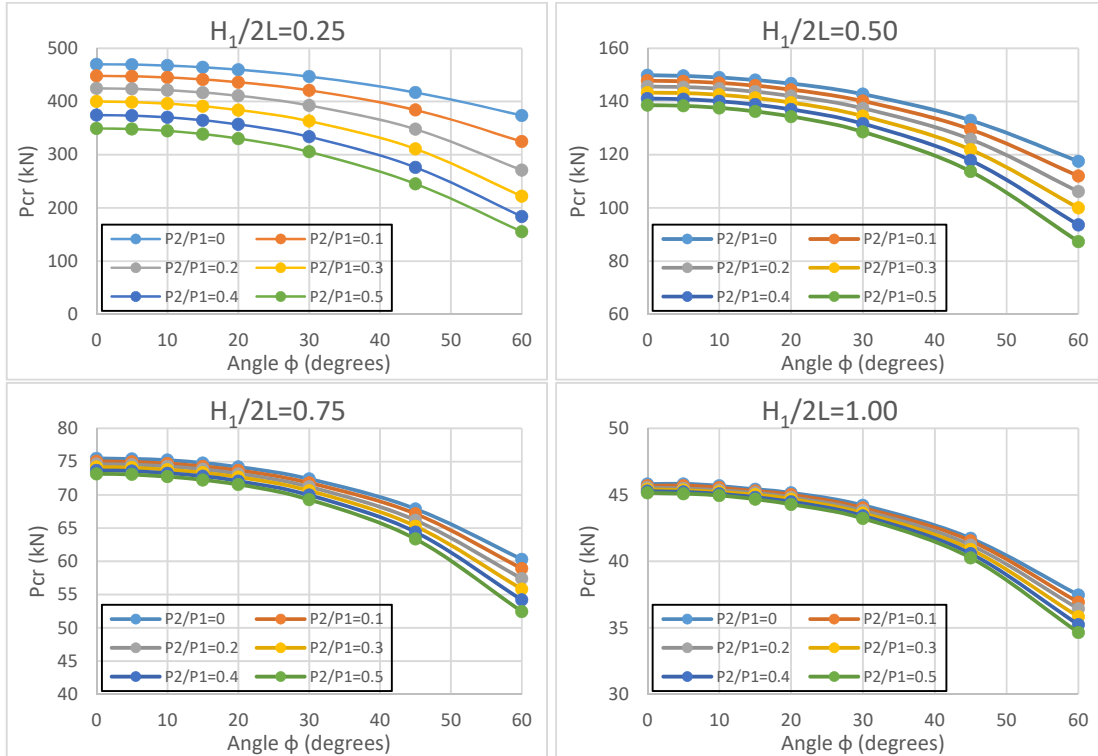
Σχ. 8: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με αρθρώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=2.00$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00



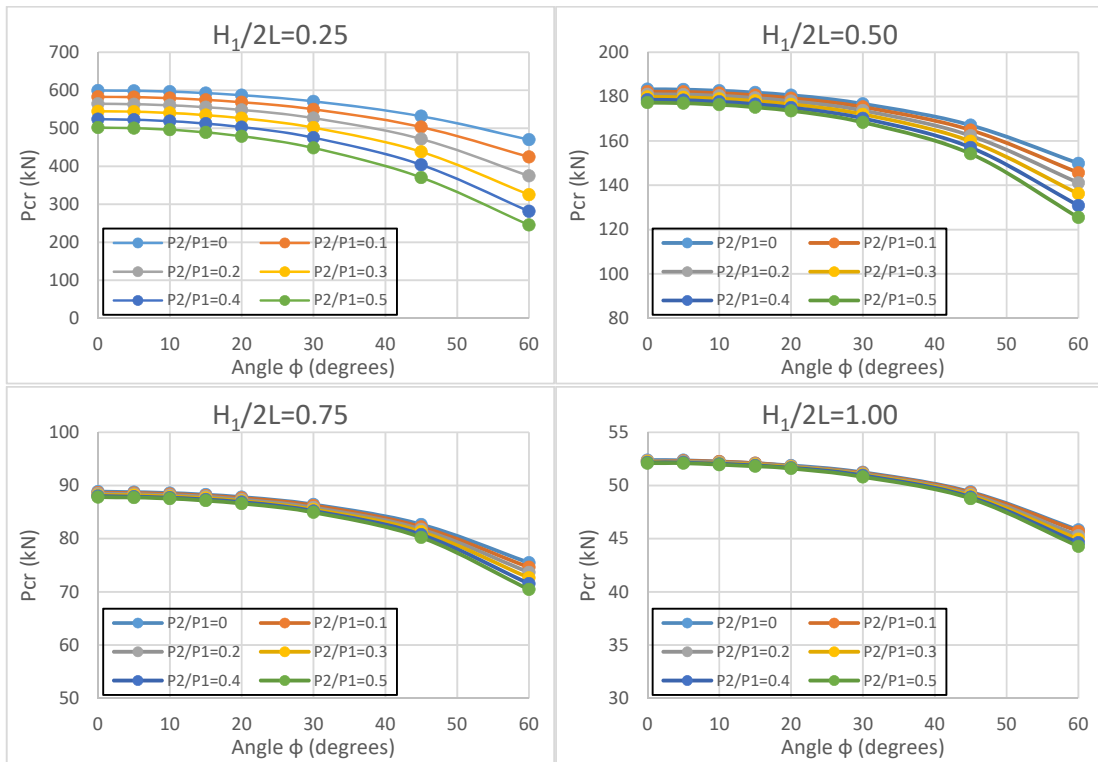
Σχ. 9: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με αρθρώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=10.00$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00



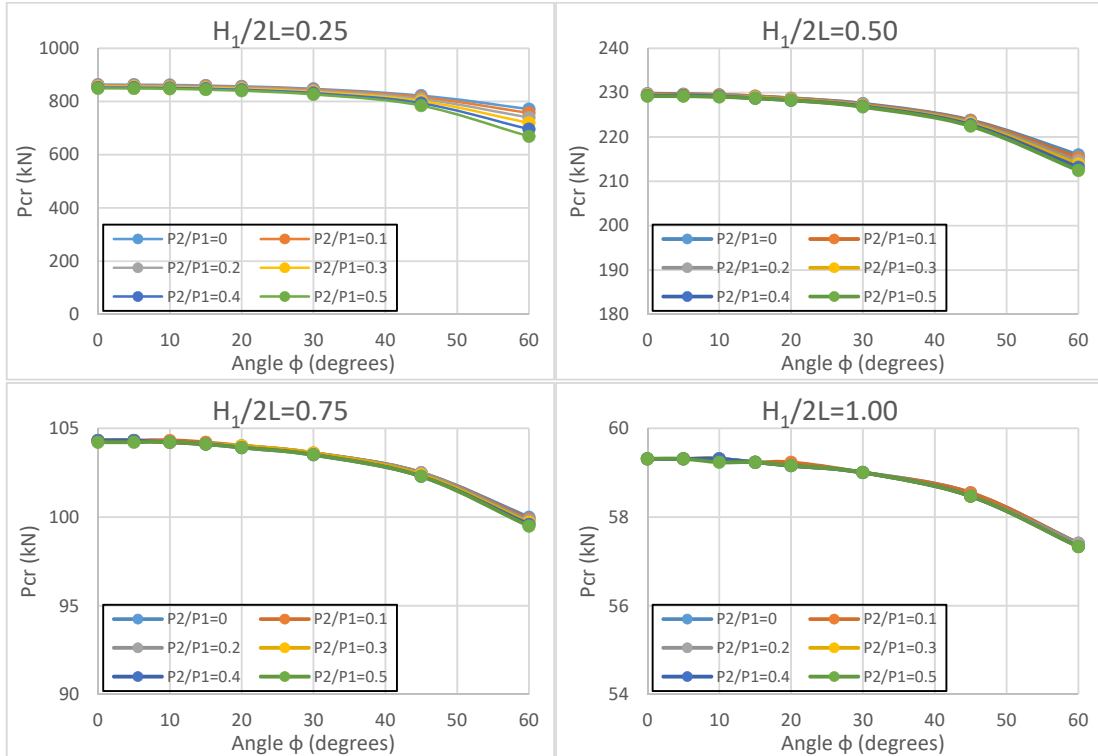
Σχ. 10: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με πακτώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=0.50$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00



Σχ. 11: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με πακτώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=1.00$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00



Σχ. 12: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με πακτώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=2.00$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00



Σχ. 13: Μεταβολή φορτίου λυγισμού πλαισίου με πακτώσεις στη βάση συναρτήσει των ϕ και P_2/P_1 για σταθερό λόγο $I_2/I_1=10.00$ και $H_1/2L$ ίσο με (α)0.25, (β)0.50, (γ)0.75 και (δ)1.00

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούνται τα εξής, και για τις δύο περιπτώσεις στήριξης στη βάση:

- Καθώς αυξάνεται η δυσκαμψία του ζυγώματος, αυξάνεται και το φορτίο λυγισμού.

Αύξηση I_2/I_1	από 0.50 σε 1.00		από 1.00 σε 2.00		από 2.00 σε 10.00	
	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$
$H_1/2L$						
0.25	64%	79%	46%	64%	53%	97%
1	28%	46%	15%	28%	14%	27%

Πιν. 3: Αύξηση φορτίου λυγισμού για πλαίσια με αρθρώσεις στη βάση και $P_2/P_1=0$

Αύξηση I_2/I_1	από 0.50 σε 1.00		από 1.00 σε 2.00		από 2.00 σε 10.00	
	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$
$H_1/2L$						
0.25	26%	19%	28%	26%	44%	64%
1	22%	28%	14%	22%	13%	25%

Πιν. 4: Αύξηση φορτίου λυγισμού για πλαίσια με πακτώσεις στη βάση και $P_2/P_1=0$

- Καθώς αυξάνεται ο λόγος $H_1/2L$, μειώνεται το φορτίο λυγισμού.

Αύξηση $H_1/2L$	από 0.25 σε 0.50		από 0.50 σε 0.75		από 0.75 σε 1.00	
	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$
I_2/I_1						
0.5	-59%	-55%	-44%	-40%	-35%	-32%
2	-68%	-64%	-51%	-48%	-41%	-39%

Πιν. 5: Μείωση φορτίου λυγισμού για πλαίσια με αρθρώσεις στη βάση και $P_2/P_1=0$

Αύξηση $H_1/2L$	από 0.25 σε 0.50		από 0.50 σε 0.75		από 0.75 σε 1.00	
	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$	$\varphi=0$	$\varphi=60$
I_2/I_1						
0.5	-69%	-70%	-49%	-49%	-38%	-38%
2	-69%	-68%	-52%	-50%	-41%	-39%

Πιν. 6: Μείωση φορτίου λυγισμού για πλαίσια με πακτώσεις στη βάση και $P_2/P_1=0$

- Καθώς αυξάνεται η κλίση του ζυγώματος φ , μειώνεται το φορτίο λυγισμού. Η μείωση αυτή είναι εντονότερη, όσο πιο μικρός είναι ο λόγος $H_1/2L$.

	$H_1/2L$	$P_2/P_1=0$	$P_2/P_1=0.1$	$P_2/P_1=0.2$	$P_2/P_1=0.3$	$P_2/P_1=0.4$	$P_2/P_1=0.5$
	$I_2/I_1=0.50$	0.25	-44%	-47%	-48%	-50%	-52%
	0.50	-39%	-40%	-41%	-42%	-43%	-44%
	0.75	-35%	-35%	-36%	-37%	-37%	-38%

	1.00	-31%	-31%	-30%	-30%	-33%	-33%
$I_2/I_1=1.00$	0.25	-39%	-41%	-43%	-45%	-47%	-49%
	0.50	-31%	-32%	-33%	-34%	-35%	-36%
	0.75	-26%	-26%	-27%	-27%	-28%	-28%
	1.00	-22%	-20%	-24%	-23%	-23%	-23%
$I_2/I_1=2.00$	0.25	-31%	-33%	-35%	-37%	-38%	-40%
	0.50	-22%	-22%	-23%	-24%	-24%	-25%
	0.75	-17%	-17%	-17%	-17%	-18%	-18%
	1.00	-13%	-13%	-14%	-14%	-14%	-14%
$I_2/I_1=10.00$	0.25	-11%	-12%	-12%	-12%	-13%	-13%
	0.50	-6%	-6%	-6%	-6%	-6%	-6%
	0.75	-4%	-4%	-4%	-4%	-4%	-4%
	1.00	-3%	-3%	-3%	-3%	-3%	-3%

Πιν. 7: Μείωση φορτίου λυγισμού καθώς αυξάνεται το φ από 0° σε 60° για πλαίσια με αρθρώσεις στη βάση

	$H_1/2L$	$P_2/P_1=0$	$P_2/P_1=0.1$	$P_2/P_1=0.2$	$P_2/P_1=0.3$	$P_2/P_1=0.4$	$P_2/P_1=0.5$
$I_2/I_1=0.50$	0.25	-16%	-25%	-39%	-50%	-57%	-61%
	0.50	-20%	-24%	-27%	-32%	-36%	-41%
	0.75	-22%	-23%	-26%	-28%	-30%	-33%
	1.00	-22%	-23%	-24%	-26%	-27%	-29%
$I_2/I_1=1.00$	0.25	-20%	-28%	-36%	-45%	-51%	-56%
	0.50	-22%	-24%	-27%	-30%	-34%	-37%
	0.75	-20%	-21%	-23%	-25%	-26%	-28%
	1.00	-18%	-19%	-20%	-21%	-22%	-23%
$I_2/I_1=2.00$	0.25	-22%	-27%	-34%	-40%	-46%	-51%
	0.50	-18%	-20%	-22%	-24%	-27%	-29%
	0.75	-15%	-16%	-17%	-18%	-19%	-20%
	1.00	-13%	-13%	-13%	-14%	-14%	-15%
$I_2/I_1=10.00$	0.25	-11%	-12%	-14%	-16%	-18%	-21%
	0.50	-6%	-6%	-6%	-7%	-7%	-7%
	0.75	-4%	-4%	-4%	-4%	-5%	-5%
	1.00	-3%	-3%	-3%	-3%	-3%	-3%

Πιν. 8: Μείωση φορτίου λυγισμού καθώς αυξάνεται το φ από 0° σε 60° για πλαίσια με πακτώσεις στη βάση

- Καθώς αυξάνεται ο λόγος P_2/P_1 , μειώνεται το φορτίο λυγισμού. Για μεγάλους λόγους $H_1/2L$, η μείωση αυτή σταδιακά εξαλείφεται και ανεξαρτητοποιείται από τον λόγο P_2/P_1 .

7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία, εξετάζονται αναλυτικά και αριθμητικά μεταλλικά πλαίσια με επικλινή ζυγώματα. Μέσω των παραμετρικών αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν, αποδείχτηκε ότι τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των μελών και τα αδρανειακά χαρακτηριστικά των διατομών, επηρεάζουν σημαντικά το φορτίο λυγισμού του φορέα, και συνεπώς το μήκος λυγισμού των μελών, το οποίο χρησιμοποιείται για τη διαστασιολόγηση μελών υπό θλιπτικό φορτίο. Πιο συγκεκριμένα, η κλίση των ζυγωμάτων παίζει σημαντικό ρόλο στο μήκος λυγισμού των μελών, και συνεπώς δεν πρέπει να αμελείται κατά το σχεδιασμό των πλαισίων αυτού του είδους. Απώτερος στόχος της παρούσας μελέτης, είναι η διατύπωση μιας μεθοδολογίας ευχερούς υπολογισμού του μήκους λυγισμού μελών, λαμβάνοντας υπόψη όλους τους παραπάνω παράγοντες.

8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] EN 1993-1-1: Design of steel structures, General rules and rules for buildings, 2005.
- [2] ΚΟΥΝΑΔΗΣ Α.Ν. “Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας”, Εκδόσεις Συμείων, Αθήνα, β έκδοση 1997.
- [3] ADINA system 8.5, Release Notes, ADINA R&D Inc., 2008.
- [4] MATLAB R20016b, The MathWorks Inc., 2016.
- [5] LIVANOU Μ. και GANTES C. “Assessing the necessity to account for geometric nonlinearity in von Mises trusses representing simple shallow roofs”, *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2016, “Spatial Structures in the 21st Century”*, 26–30 September, 2016, Tokyo, Japan
- [6] MAGEIROU G., GANTES C., MARKOU K. και BOURAS C. “A unified approach for assessment of second-order effects and sway buckling strength in steel portal frames”, *International Journal of Structural Engineering*, Vol. 4, No. 4, 2013, pp. 273-294.
- [7] MAGEIROU G. και GANTES C. “Buckling strength of multi-story sway, non-sway and partially-sway frames with semi-rigid connections”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 62, Issue 9, 2006, pp. 893–905.
- [8] GANTES C. και MAGEIROU G. “Improved stiffness distribution factors for evaluation of effective buckling lengths in multi-story sway frames”, *Engineering Structures*, Vol. 27, Issue 7, 2005, pp. 1113- 1124.

ANALYTICAL AND NUMERICAL INVESTIGATION OF FLEXURAL BUCKLING OF MEMBERS IN DOUBLE-PITCHED PLANE STEEL FRAMES

Maria Livanou

PhD Student

National Technical University of Athens

Athens, Greece

e-mail: livanoumaria@gmail.com

Maria Katsidoniotaki

Undergraduate Student

National Technical University of Athens

Athens, Greece

e-mail: mkatsid@gmail.com

Charis Gantes

Professor

National Technical University of Athens

Athens, Greece

e-mail: chgantes@central.ntua.gr

Tassos Avraam

Assistant Professor

National Technical University of Athens

Athens, Greece

e-mail: avraamt@central.ntua.gr

ABSTRACT

Industrial steel buildings and warehouses are often constructed employing double-pitched frames. For the design of these frames, the determination of the members' buckling length is required, in order to obtain the slenderness and associated reduction factors for flexural buckling of both columns and rafters. In the current paper, frames with different geometric configurations and section properties are analytically and numerically investigated, in order to accurately estimate the members' buckling load. Through this parametric study, interesting conclusions are drawn, which can then be applied in practice for design purposes.